

# Rad u neizvesnom okruženju

## Rezonovanje na osnovu faktora izvesnosti

### Zadatak 1: Popravljanje automobila

a) Pregledom automobila ustanovljeno je sledeće:

1. problem zahteva hitnu popravku (izvesnost 0.8)
2. kvar je na električnoj instalaciji (0.6)
3. postoji kratak spoj na instalaciji (0.4)
4. kvar je u računaru za kontrolu ubrizgavanja (0.2)

Odrediti faktor izvesnosti zaključka: kvar je u električnoj instalaciji i potrebno ga je hitno popraviti i problem je kratak spoj ili kvar računara.

b) Poznate su vrednosti stepena izvesnosti

$$CF(c, e_1) = cf_1$$

$$CF(c, e_2) = cf_2$$

$$CF(c, e_3) = cf_3$$

Izračunati vrednost  $CF(c, e)$  gde  $e$  predstavlja sve činjenice (dokaze, događaje) povezane sa zaključkom  $c$ .

### *Analiza problema*

U situacijama kada ekspertski sistem radi u *neizvesnom okruženju*, ne zadovoljava karakterisanje činjenica i zaključaka samo kao tačnih ili netačnih. Jedno od rešenja ovoga problema je karakterisanje svake činjenice i zaključka *faktorom izvesnosti* (engl. *certainty factor*, *CF*) koji predstavlja racionalan broj u intervalu

$$-1 \leq CF \leq 1.$$

Vrednost -1 za neku činjenicu predstavlja potpuno odsustvo poverenja u datu činjenicu, dok vrednost 1 predstavlja potpuno poverenje u nju. Ostale vrednosti predstavljaju veći ili manji stepen (ne)poverenja u datu činjenicu, npr.  $CF = 0$  označava da se data činjenica ne može ni potvrditi niti opovrgnuti. Faktor izvesnosti se izražava kao razlika *mere poverenja* (engl. *measure of belief*, *MB*) i *mere nepoverenja* (engl. *measure of disbelief*, *MD*):

$$CF(z) = MB(z) - MD(z)$$

gde su  $MB$  i  $MD$  brojevi u intervalu od 0 do 1. Na meru poverenja utiču sve činjenice koje mogu potvrditi dati stav  $z$ , a na meru nepoverenja sve činjenice koje opovrgavaju dati stav  $z$ .

### *Rešenje*

a) Obeležimo pretpostavke sa  $e_1$  do  $e_4$  onim redosledom kojim su zadate u postavci zadatka. Zaključak  $z$  možemo predstaviti izrazom:

$$z = e_2 \wedge e_1 \wedge (e_3 \vee e_4)$$

Da bismo našli faktor izvesnosti CF zaključka moramo odrediti meru poverenja MB i meru nepoverenja MD u zaključak:

$$CF(z) = MB(z) - MD(z)$$

Pri tome koristimo sledeće formule za konjunkciju pretpostavki:

$$MB(e_1 \wedge e_2) = \min(MB(e_1), MB(e_2))$$

$$MD(e_1 \wedge e_2) = \max(MD(e_1), MD(e_2))$$

Odgovarajuće formule za disjunkciju pretpostavki su:

$$MB(e_1 \vee e_2) = \max(MB(e_1), MB(e_2))$$

$$MD(e_1 \vee e_2) = \min(MD(e_1), MD(e_2))$$

Na osnovu ovih formula računamo mere poverenja MB i nepoverenja MD u zaključak:

$$\begin{aligned} MB(e_2 \wedge e_1 \wedge (e_3 \vee e_4)) &= \min(MB(e_2), MB(e_1), \max[MB(e_3), MB(e_4)]) = \\ &= \min(0.6, 0.8, \max[0.4, 0.2]) \\ &= 0.4 \end{aligned}$$

$$MD(e_2 \wedge e_1 \wedge (e_3 \vee e_4)) = 0 \text{ jer su mere nepoverenja u pretpostavke jednake 0.}$$

Faktor izvesnosti zaključka je:

$$CF(z) = MB(z) - MD(z) = MB(z) = 0.4.$$

b) U datom slučaju svaka od činjenica  $e_1, e_2, e_3$  vodi do istog zaključka  $z$  sa određenom izvesnošću. Ove faktore izvesnosti razložićemo na mere poverenja  $MD(z, e_i)$  i mere nepoverenja  $MB(z, e_i)$  na sledeći način:

$$\text{Ako je } cf_i > 0 \text{ onda je } MB(z, e_i) = cf_i, MD(z, e_i) = 0$$

$$\text{inače je } MD(z, e_i) = |cf_i|, MB(z, e_i) = 0.$$

Zbirni faktor izvesnosti zaključka na osnovu svih pretpostavki možemo izračunati pod uslovom nezavisnosti pretpostavki  $e_1, e_2, e_3$ , kao razliku zbirnih mera poverenja i nepoverenja:

$$CF(z, e) = MB_{cum}(z, e) - MD_{cum}(z, e)$$

Generalno, zbirne mere poverenja i nepoverenja zaključka  $z$  na osnovu dve nezavisne pretpostavke  $e_1$  i  $e_2$  računaju se po sledećim formulama:

$$MB_{cum}(z, e_{1,2}) = 0 \text{ ako je } MD_{cum}(z, e_{1,2}) = 1$$

$$MB_{cum}(z, e_{1,2}) = MB(z, e_1) + MB(z, e_2) - MB(z, e_1) * MB(z, e_2)$$

$$MD_{cum}(z, e_{1,2}) = 0 \text{ ako je } MB_{cum}(z, e_{1,2}) = 1$$

$$MD_{cum}(z, e_{1,2}) = MD(z, e_1) + MD(z, e_2) - MD(z, e_1) * MD(z, e_2)$$

U našem slučaju, na osnovu gornjih formula dobijamo zbirnu meru poverenja  $MB_{cum}(z, e_{1,2})$  i nepoverenja  $MD_{cum}(z, e_{1,2})$  u prve dve pretpostavke. Da bi se uračunala i treća pretpostavka, potrebno je još jedanput primeniti gornje formule da bi se dobila konačna zbirna mera poverenja  $MB_{cum}(z, e_{1,2,3})$  i nepoverenja  $MD_{cum}(z, e_{1,2,3})$ . U formulama kombinujemo zbirnu meru poverenja, odnosno nepoverenja, u prve dve pretpostavke sa merom poverenja, odnosno nepoverenja u treću pretpostavku.

$$MB_{cum}(z, e_{1,2,3}) = 0 \text{ ako je } MD_{cum}(z, e_{1,2,3}) = 1$$

$$MB_{cum}(z, e_{1,2,3}) = MB_{cum}(z, e_{1,2}) + MB(z, e_3) - MB_{cum}(z, e_{1,2}) * MB(z, e_3)$$

$$MD_{cum}(z, e_{1,2,3}) = 0 \text{ ako je } MB_{cum}(z, e_{1,2,3}) = 1$$

$$MD_{cum}(z, e_{1,2,3}) = MD_{cum}(z, e_{1,2}) + MD(z, e_3) - MD_{cum}(z, e_{1,2}) * MD(z, e_3)$$

Faktor izvesnosti zaključka se dobija kao razlika zbirnih mera poverenja i nepoverenja u sve tri pretpostavke:

$$CF(z, e_{1,2,3}) = MB_{cum}(z, e_{1,2,3}) - MD_{cum}(z, e_{1,2,3})$$

Napomena: konačni rezultat ne zavisi od redosleda kojim kombinujemo pretpostavke pri računanju kumulativnih mera poverenja, odnosno nepoverenja.

## Zadatak 2: Računanje izvesnosti zaključka

Poznate su vrednosti faktora izvesnosti sledećih pravila:

- pravilo  $p_1$  koje vodi do zaključka  $z_1$ : 0.8
- pravilo  $p_2$  koje vodi do zaključka  $z_2$ : 0.8
- pravilo  $p_3$  koje vodi do zaključka  $z_1$ : 0.9
- pravilo  $p_4$  koje vodi do zaključka  $z_2$ : 0.7
- pravilo  $p_5$  koje, na osnovu  $z_1$  i  $z_2$ , vodi zaključku  $z$ : 0.6

Ako su pretpostavke pravila  $p_1$ ,  $p_2$  i  $p_3$  potpuno izvesne, a faktor izvesnosti pretpostavki pravila  $p_4$  iznosi 0.8, izračunati faktor izvesnosti zaključka  $z$ .

### Rešenje

Izvesnost zaključka  $z_1$  na osnovu pravila  $p_1$  i  $p_3$  je:

$$\begin{aligned} MB(z_1) &= MB'(z_1, e_{p1}) + MB'(z_1, e_{p3}) - MB'(z_1, e_{p1}) * MB'(z_1, e_{p3}) \\ &= 0.8 + 0.9 - 0.8 * 0.9 = 0.98 \end{aligned}$$

Izvesnost zaključka  $z_2$  na osnovu pravila  $p_4$  je:

$$\begin{aligned} MB(z_2, e_{p4}) &= MB'(z_2, e_{p4}) * MB'(e_{p4}) = \\ &= 0.7 * 0.8 = 0.56 \end{aligned}$$

Zbirna izvesnost zaključka  $z_2$  na osnovu pravila  $p_2$  i  $p_4$  je:

$$MB(z_2) = MB'(z_2, e_{p2}) + MB(z_2, e_{p4}) - MB'(z_2, e_{p2}) * MB(z_2, e_{p4})$$

$$= 0.8 + 0.56 - 0.8 * 0.56 = 0.912$$

Izvesnost pretpostavke pravila  $p_5$  je:

$$\begin{aligned} MB(e_{p_5}) &= MB(z_1 \wedge z_2) = \min(MB(z_1), MB(z_2)) = \\ &= \min(0.98, 0.912) = 0.912 \end{aligned}$$

Tražena izvesnost zaključka  $z$  je:

$$\begin{aligned} CF(z) &= MB(z, e_{p_5}) = MB'(z, e_{p_5}) * MB(e_{p_5}) = \\ &= 0.6 * 0.912 = 0.5472 \end{aligned}$$

### Zadatak 3: Popravljanje računarskog monitora

U nekom sistemu za popravku računara važe sledeća pravila:

PRAVILO 1. AKO osvetljaj ekrana monitora je stalno na maksimumu

I osvetljaj ekrana monitora ne može da se podesi  
ONDA (0.6) ekran monitora treba zameniti.

PRAVILO 2. AKO osvetljaj ekrana monitora ne može da se podesi

I kontrast ne može da se podesi  
ONDA (0.7) ekran monitora treba zameniti.

PRAVILO 3. AKO nešto je puklo u monitoru

I osvetljaj ekrana monitora je stalno na maksimumu  
ONDA (0.9) kvar je u visokonaponskom kolu monitora.

PRAVILO 4. AKO osvetljaj ekrana monitora stalno je na maksimumu

I kontrast ekrana može da se podesi  
ONDA (0.75) kvar je u visokonaponskom kolu monitora.

Poznate su sledeće činjenice: nešto je puklo u monitoru (0.6), osvetljaj ekrana stalno je na maksimumu (1.0), osvetljaj ekrana ne može se podesiti (1.0), a kontrast ekrana ne može da se podesi (0.5). Odrediti koji je kvar izvesniji: u ekranu ili u visokonaponskom kolu.

### Rešenje

Zadate su mere poverenja u pretpostavke:

$e_1$  : nešto je puklo u monitoru,  $MB(e_1) = 0.6$

$e_2$  : osvetljaj ekrana stalno je na maksimumu  $MB(e_2) = 1.0$

$e_3$  : osvetljaj ekrana ne može da se podesi  $MB(e_3) = 1.0$

$e_4$  : kontrast ne može da se podesi  $MB(e_4) = 0.5$

U svakom pravilu  $P_i$  data je mera poverenja u zaključak pod uslovom potpune izvesnosti pretpostavki  $e_{p_i}$ :

$z_1$  : ekran monitora treba zameniti.  $MB'(z_1, e_{p_1}) = 0.6$ ,  $MB'(z_1, e_{p_2}) = 0.7$

$z_2$  : kvar je u visokonaponskom kolu monitora.  $MB'(z_2, e_{p3}) = 0.9$ ,  $MB'(z_2, e_{p4}) = 0.75$

Pravila P1 i P2 vode istom zaključku  $z_1$ , pa je potrebno izračunati zbirnu meru poverenja u ovaj zaključak. Pretpostavke pravila P1 i P2 nisu potpuno nezavisni, ali pošto je zajednička pretpostavka  $e_3$  potpuno izvesna, može se usvojiti pretpostavka o nezavisnosti ova dva pravila jer izvesnost svakog od pravila zavisi od izvesnosti ostalih, nezavisnih pretpostavki.

Mera poverenja u pretpostavku pravila P1 je:

$$\begin{aligned} MB(e_{p1}) &= MB(e_2 \wedge e_3) = \min(MB(e_2), MB(e_3)) = \\ &= \min(1.0, 1.0) = 1.0 \end{aligned}$$

Mera poverenja u zaključak pravila P1 je:

$$MB(z_1, e_{p1}) = MB'(z_1, e_{p1}) * MB(e_{p1}) = 0.6 * 1.0 = 0.6$$

Mera poverenja u pretpostavku pravila P2 je:

$$\begin{aligned} MB(e_{p2}) &= MB(e_3 \wedge e_4) = \min(MB(e_3), MB(e_4)) = \\ &= \min(1.0, 0.5) = 0.5 \end{aligned}$$

Mera poverenja u zaključak pravila P2 je:

$$MB(z_1, e_{p2}) = MB'(z_1, e_{p2}) * MB(e_{p2}) = 0.7 * 0.5 = 0.35$$

Zbirna mera poverenja u zaključak  $z_1$  na osnovu ovih pravila je:

$$\begin{aligned} MB_{cum}(z_1, e_{p1, p2}) &= MB(z_1, e_{p1}) + MB(z_1, e_{p2}) - MB(z_1, e_{p1}) * MB(z_1, e_{p2}) = \\ &= 0.6 + 0.35 - 0.6 * 0.35 = 0.74 \end{aligned}$$

Prema tome, faktor izvesnosti zaključka  $z_1$  je  $CF(z_1) = MB_{cum}(z_1, e_{p1, p2}) = 0.74$

Pravila P3 i P4 vode ka zaključku  $z_2$ . U slučaju ova dva pravila, slično kao i u slučaju pravila P1 i P2 može se usvojiti pretpostavka o međusobnoj nezavisnosti.

Mera poverenja u pretpostavku pravila P3 je:

$$\begin{aligned} MB(e_{p3}) &= MB(e_1 \wedge e_2) = \min(MB(e_1), MB(e_2)) = \\ &= \min(0.6, 1.0) = 0.6 \end{aligned}$$

Mera poverenja u zaključak pravila P3 je:

$$MB(z_2, e_{p3}) = MB'(z_2, e_{p3}) * MB(e_{p3}) = 0.9 * 0.6 = 0.54$$

U pretpostavkama pravila P4 sadržana je negacija pretpostavke  $e_4$ . Mera nepoverenja MD u negaciju pretpostavke  $e_4$  jednaka je meri poverenja MB u pretpostavku  $e_4$  i obrnuto, pa je

$$MB(\neg e_4) = 0 \quad \text{i} \quad MD(\neg e_4) = 0.5$$

Mera poverenja u pretpostavku pravila P4 je:

$$\begin{aligned} MB(e_{p4}) &= MB(e_2 \wedge \neg e_4) = \min(MB(e_2), MB(\neg e_4)) = \\ &= \min(1.0, 0) = 0 \end{aligned}$$

Mera nepoverenja u pretpostavku pravila P4 je:

$$MD(e_{p4}) = MD(e_2 \wedge \neg e_4) = \max(MD(e_2), MD(\neg e_4)) =$$

$$= \max(0, 0.5) = 0.5$$

Faktor izvesnosti pretpostavke pravila P4 je, prema tome

$$CF(e_{p4}) = MB(e_{p4}) - MD(e_{p4}) = -0.5$$

Mera poverenja u zaključak pravila P4 je:

$$\begin{aligned} MB(z_2, e_{p4}) &= MB'(z_2, e_{p4}) * \max(0, CF(e_{p4})) = \\ &= 0.75 * \max(0, -0.5) = 0.75 * 0 = \\ &= 0 \end{aligned}$$

Mera nepoverenja u zaključak  $z_2$  prema pravilima P3, odnosno P4 pod potpuno izvesnim pretpostavkama je:

$$MD'(z_2, e_{p3}) = 0 \quad \text{i} \quad MD'(z_2, e_{p4}) = 0$$

(jer su zadate mere poverenja u zaključak različite od nule) pa su odgovarajuće mere nepoverenja kada pretpostavke nisu potpuno izvesne:

$$MD(z_2, e_{p3}) = MD'(z_2, e_{p3}) * \max(0, CF(e_{p3})) = 0$$

$$MD(z_2, e_{p4}) = MD'(z_2, e_{p4}) * \max(0, CF(e_{p4})) = 0$$

Zbirna mera nepoverenja u zaključak  $z_2$  na osnovu pravila P3 i P4 je takođe jednak nuli:

$$MD_{cum}(z_2, e_{p3,p4}) = 0$$

Zbirni faktor izvesnosti zaključka  $z_2$  određen je, prema tome, zбирном merom poverenja na osnovu u zaključak  $z_2$  pravila P3 i P4:

$$\begin{aligned} CF(z_2) &= MB_{cum}(z_2, e_{p3,p4}) = MB(z_2, e_{p3}) + MB(z_2, e_{p4}) - MB(z_2, e_{p3}) * MB(z_2, e_{p4}) = \\ &= 0.54 + 0 - 0.54 * 0 \\ &= 0.54 \end{aligned}$$

Pošto je  $CF(z_1) = 0.74$  veće od  $CF(z_2) = 0.54$  to je kvar u ekranu izvesniji od kvara u visokonaponskom kolu monitora.

## Drugi načini izražavanja neizvesnosti

### Zadatak 1: Sistem za održavanje istinitosti TMS

Jutro je, i treba se odlučiti za odeću. Pravila kojih se pridržavamo glase:

1. obući farmerke osim ako su prljave ili idemo na razgovor radi zaposlenja
2. ako ne nosimo farmerke, obući odelo
3. ako je hladno, obući džemper
4. ako je zima, hladno je

a) Predstaviti ova pravila listom čvorova slično TMS sistemu. Pretpostaviti da je zima, farmerke nisu prljave i ne idemo na razgovor radi zaposlenja.

b) Pokazati šta se dešava ako u sistem unesemo podatak da idemo na razgovor radi zaposlenja.

### *Analiza problema*

Sistem za održavanje istinitosti (engl. *Truth Maintenance System - TMS*) predstavlja pomoćni sistem čiji je cilj održavanje konzistentnosti baze znanja za sisteme koji rade u neizvesnom okruženju.

U TMS-u svaki stav ili pravilo naziva se *čvor*. U bilo kom trenutku čvor može biti bilo u stanju IN, kada verujemo u njegovu istinitost, ili OUT u suprotnom slučaju. Istinitost nekog čvora zavisi, u opštem slučaju, od istinitosti drugih čvorova. Zavisnost se izražava *listom podrške* (engl. *support list - SL*) oblika:

( SL (IN-lista) (OUT-lista) ).

Da bi čvor kome je pridruženo "opravdanje" tipa SL bio u stanju IN potrebno je da svi čvorovi navedeni u IN-listi budu u stanju IN, a svi čvorovi navedeni u OUT-listi u stanju OUT.

### *Rešenje*

a)Zadatim skupu pravila odgovaraju sledeći čvorovi u TMS sistemu:

1. Obući farmerke ( SL () (2,3))
2. Farmerke su prljave ( SL () () )
3. Idemo na razgovor ( SL () () )
4. Obući odelo ( SL () (1) )
5. Obući džemper ( SL (6) () )
6. Napolju je hladno ( SL (7) () )
7. Godišnje doba je zima (SL () () )

Čvorovi 2., 3. i 7. imaju prazne IN i OUT liste i predstavljaju *premise*. Njihova istinitost ne zavisi od drugih čvorova u bazi već od opažanja vezanih za okruženje sistema. Čvorove 5. i 6. sa nepraznom IN listom i praznom OUT listom smatramo za *tvrđenja* dobijena primenom normalnog monotonog zaključivanja. Čvorove sa nepraznom OUT listom (1., 4.) smatramo *verovanjima* koja usvajamo u odsustvu poznavanja neke činjenice. Kada se činjenično stanje promeni, potrebno je revidirati ova verovanja i zaključke proizašle iz njih.

Prema uslovu zadatka, pretpostavićemo da su inicijalno:

- čvorovi 2. i 3. u stanju OUT, a
- čvor 7 u stanju IN.

Na osnovu toga računamo stanja ostalih čvorova:

- čvor 1 je u stanju IN jer su oba čvora iz njegove OUT liste u stanju OUT
  - čvor 4 je u stanju OUT jer je čvor 1 koji se nalazi u njegovoj OUT listi, u stanju IN
  - čvor 6 je u stanju IN jer je čvor 7 u stanju IN
  - čvor 5 je u stanju IN jer je čvor 6 u stanju IN
- b) Činjenica da idemo na razgovor radi zaposlenja odgovara prevođenju čvora 3 u stanje IN. Sada je potrebno ažurirati stanja ostalih čvorova koji direktno ili indirektno zavise od čvora 3.
- čvor 1 ide u stanje OUT i kao posledica toga
  - čvor 4 ide u stanje IN.

Ovime je postupak ažuriranja znanja završen.

## **Zadatak 2: Simonovo letovanje (ispitni zadatak)**

Simon se sprema za letovanje i treba da donese niz odluka na osnovu sledećih pravila

1. Ako ide na more ne voditi devojkicu a povesti drugove
2. Ako ide u banju povesti devojkicu
3. Ako ima dosta para za letovanje ići na more
4. Ako vodi devojkicu iznajmiti sobu za dvoje
5. Ako ide na more kupiti kremu za sunčanje
6. Ako ide sa roditeljima povesti devojkicu
7. Ako je nestašica goriva ne ići autom
8. Ako vodi devojkicu ići autom
9. Ako ne ide sa roditeljima ići autom
10. Ako ide autom ne voditi drugove
11. Ako nema dosta para za letovanje ići u banju

Pretpostavka je da Simon nema dosta para za letovanje, da ide sa roditeljima i da trenutno ne vlada nestašica goriva.

- a) Definisati pojmove IN i OUT liste i način određivanja stanja čvora u TMS sistemima.
- b) Predstaviti navedena pravila nizom čvorova kao u TMS sistemu i odrediti stanje svakog čvora.

## **Dodatno uraditi**

91, 93