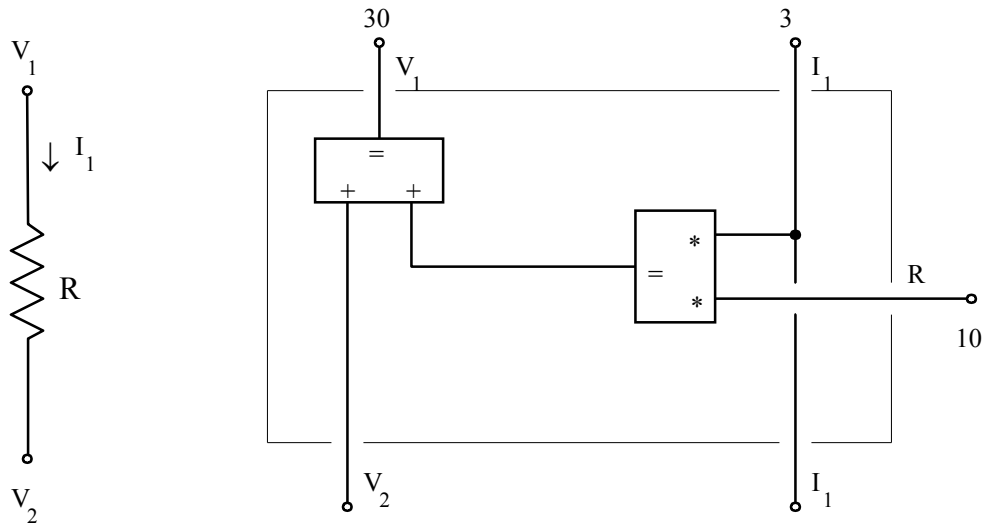


Metod zadovoljenja ograničenja

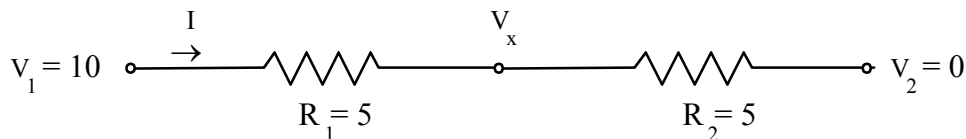
Zadatak 1: Mreže tipa konstanta-sabirač-množač

Mreže tipa konstanta-sabirač-množač se mogu iskoristiti za modeliranje izvesnih elektronskih komponenata. Mreža na slici 1 je model otpornika.



Slika 1

- Izračunati vrednosti nepoznatih veličina na slici 1.
- Modelirati kolo na slici 2 i pokušati odrediti veličine koje nisu poznate.



Slika 2

- Kako treba uopštiti proceduru propagacije numeričkih ograničenja da bi se situacija u tački b) mogla obraditi?

Rešenje

- U slučaju mreža tipa konstanta-sabirač-množač nepoznate veličine mogu se odrediti primenom sledeće procedure:

1. Sve dok postoji neka nepoznata veličina u mreži:

- 1.1. Odabrati element (sabirač ili množač) kod koga se na dva od tri izvoda nalaze poznate veličine.
- 1.2. Ako takav element ne postoji u mreži procedura se završava neuspehom.
- 1.3. Ako je element pronađen, izračunati nepoznatu vrednost na trećem izvodu. Ako se radi o izlazu elementa, vrednost se računa kao proizvod (za množač) ili zbir (za sabirač).

sabirač) poznatih vrednosti na ulazima. Ako se radi o jednom od ulaza, vrednost se računa kao količnik vrednosti na izlazu i vrednosti na drugom ulazu (za množać) ili kao razlika vrednosti na izlazu i vrednosti na drugom ulazu (za sabirač).

Primenimo proceduru na mrežu sa slike 1. Potrebno je izračunati veličinu V_2 . U prvom koraku procedure biramo množać i računamo vrednost na izlazu $3 * 10 = 30$. U drugom koraku može se izabrati sabirač jer su sada poznate vrednosti na izlazu i na desnom ulazu sabirača, pa se tražena vrednost V_2 na preostalom ulazu računa kao razlika tih vrednosti: $30 - 30 = 0$. Pošto u mreži više nema nepoznatih vrednosti, procedura se uspešno završava.

b) Koristeći dati model otpornika, kolo sa slike 2 se modelira mrežom prikazanom na slici 3. Nepoznate veličine su struja I i napon V_x . Lako se može utvrditi da nijedan od elemenata na slici 3 nema poznate vrednosti na dva od tri svoja priključka, tako da procedurom primenjenom u tački a) nije moguće odrediti nepoznate veličine. Pri tome, zadat je dovoljan broj poznatih veličina da se problem može rešiti matematički, na primer sistemom jednačina:

$$V_1 - R_1 * I = V_x$$

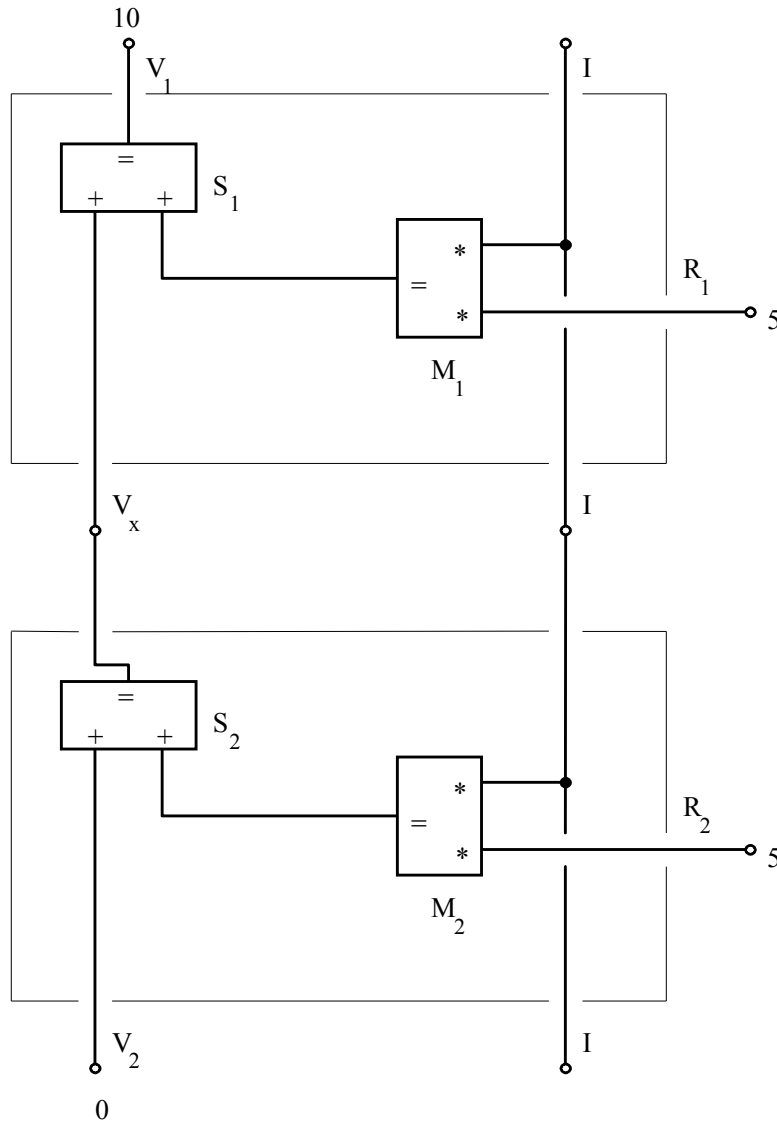
$$V_2 + R_2 * I = V_x$$

uz zamenu poznatih vrednosti:

$$10 - 5 * I = V_x$$

$$0 + 5 * I = V_x$$

Sabiranjem jednačina dobijamo $10 = 2V_x$ to jest $V_x = 5$, pa je $I = V_x / 5 = 1$.



Slika 3

c) Pretpostavimo da je u proceduri u tački a) dozvoljeno, da se pored poznatih veličina koristi i nepoznata veličina jedne od promenljivih, na primer I . Sada možemo odrediti vrednosti na izlazima množača M_1 i M_2 koje su obe jednake $5I$. Vrednost na izlazu sabirača S_2 je $0 + 5I = IX$. Sada na svakom od ulaza sabirača S_1 imamo vrednost $5I$, a na izlazu je vrednost 10 pa možemo napisati $5I + 5I = 10$ odnosno $I = 1$. Sada nije teško pronaći preostalu nepoznatu vrednost V_x ; na izlazu množača M_2 je vrednost 5 , pa je na izlazu iz sabirača S_2 vrednost $5 + 0 = 5$ to jest $V_x = 5$.

Zadatak 2: Problem tri muzičara

Petar, Jovan i Pavle su muzičari. Jedan od njih svira saksofon, drugi gitaru, a treći doboše. Jedan od njih se plaši broja 13, drugi mačaka, a treći se boji visine. Poznato je da su Petar i gitarista paraglajdisti; da Pavle i svirač saksofona vole mačke; i da dobošar živi u stanu broj 13 na trinaestom spratu.

Potrebno je za Petra, Jovana i Pavla utvrditi koji instrument svira svaki od njih i čega se koji od njih boji.

Analiza problema

Svaka od osoba u datom problemu opisana je skupom svoje tri osobine: imenom, zanimanjem i strahom. Pri tome svaka od ovih osobina može imati jednu od tri konkretne vrednosti i svaka od ovih vrednosti karakteristična je za jednu osobu (na primer, nemamo dvojicu dobošara). Možemo definisati tri relacije identiteta, po jednu za svaki par osobina. Neka NOT(Petar, gitarista) znači da osoba sa imenom Petar nije gitarista. Činjenice date u postavci iskazuju se na sledeći način:

1. NOT(Petar, gitarista)
2. NOT(Petar, plaši se visine)
3. NOT(gitarista, plaši se visine)
4. NOT(Pavle, plaši se mačaka)
5. NOT(Pavle, saksofonista)
6. NOT(saksofonista, plaši se mačaka)
7. NOT(dobošar, plaši se broja 13)
8. NOT(dobošar, plaši se visine)

Relacije možemo da predstavimo tabelarno. Svaki red i kolona su označeni konkretnim vrednostima neke osobine, NOT ulaz u tabeli označava da je relacija identiteta isključena, a YES označava da relacija identiteta važi. Brojevi u ulazima označavaju činjenicu koja je korišćena da se uspostavi ulaz u tabeli.

	gitarista	saksofonista	dobošar
Petar	NOT,1		
Pavle		NOT,5	
Jovan			

Očigledno da su nam potrebne još dve tabelle da bismo predstavili moguće identitete između ljudi i strahova i moguće veze između svirača instrumenata i strahova.

	plaši se broja 13	plaši se mačaka	plaši se visine
Petar			NOT,2
Pavle		NOT,4	
Jovan			

	plaši se broja 13	plaši se mačaka	plaši se visine
gitarista			NOT,3
saksofonista		NOT,6	
dobošar	NOT,7		NOT,8

Sledeća pravila nam kazuju kako se preostali nepopunjeni ulazi u ovim dodatnim tabelama mogu popuniti. Ova pravila izražavaju ograničenje da svaka osoba poseduje svoju karakterističnu vrednost svake od osobina.

1. IF svi ulazi u jednoj vrsti su NOT izuzev jednog THEN preostali je YES
2. IF jedan ulaz u vrsti je YES THEN svi ostali u toj vrsti su NOT
3. IF svi ulazi u jednoj koloni su NOT izuzev jednog THEN preostali je YES
4. IF jedan ulaz u koloni je YES THEN svi ostali u toj koloni su NOT
5. IF važi YES(x,y) i NOT(y,z) THEN može se zaključiti NOT(x,z).

Rešenje

Uz data pravila nije teško popuniti tabele. U svakom koraku rešavanja problema, popunjavanjem nekog ulaza smanjuje se broj mogućih vrednosti za neku osobinu neke od osoba, sve dok ne utvrdimo tačnu vrednost. Pravila popunjavanja izraz su ograničenja koja su svojstvena problemu.

Rešavanje počinjemo popunjavanjem treće tabele. Prema pravilu 3, utvrđujemo da se saksofonista plaši visine. Prema pravilu 2 imamo NOT(saksofonista, plaši se broja 13). Prema pravilu 3 imamo YES(gitarista, plaši se broja 13). Prema pravilu 1 imamo YES(dobošar, plaši se mačaka). Prema pravilu 2, imamo NOT(gitarista, plaši se mačaka). Ovim je treća tabela potpuno popunjena.

	plaši se broja 13	plaši se mačaka	plaši se visine
gitarista	YES	NOT	NOT,3
saksofonista	NOT	NOT,6	YES
dobošar	NOT,7	YES	NOT,8

Sada ćemo popunjavati prvu tabelu. Pošto važi YES(plaši se mačaka, dobošar) i NOT(plaši se mačaka, Pavle) prema pravilu 5 imamo da je NOT(dobošar, Pavle) pa popunjavamo odgovarajući ulaz prve tabele. Prema pravilu 1 imamo YES(Pavle, gitarista), a prema pravilu 4 imamo NOT(Jovan, gitarista). Prema pravilu 5, pošto važi YES(plaši se visine, saksofonista) i NOT(plaši se visine, Petar) zaključujemo NOT(Petar, saksofonista). Prema pravilu 3, zaključujemo YES(Jovan, saksofonista), a prema pravilu 1, imamo da je YES(Petar, dobošar). Prema pravilu 2 je NOT(Jovan, dobošar) čime je i tabela 1 potpuno popunjena.

	gitarista	saksofonista	dobošar
Petar	NOT,1	NOT	YES
Pavle	YES	NOT,5	NOT
Jovan	NOT	YES	NOT

Ostala je još druga tabela da se popuni. Prema pravilu 5, iz YES(plaši se broja 13, gitarista) i NOT(gitarista, Petar) sledi NOT(Petar, plaši se broja 13). Prema pravilu 1, sada imamo YES(Petar, plaši se mačaka). Prema pravilu 4, imamo NOT(Jovan, plaši se mačaka). Prema pravilu 5, pošto je YES(plaši se visine, saksofonista) i NOT(saksofonista, Pavle) imamo NOT(Pavle, plaši se visine). Prema pravilu 1, imamo YES(Pavle, plaši se broja 13), a prema pravilu 3 imamo YES(Jovan, plaši se visine). Ostalo je još samo da se prema pravilu 4 utvrdi NOT(Jovan, plaši se broja 13) i druga tabela je popunjena.

	plaši se broja 13	plaši se mačaka	plaši se visine
Petar	NOT	YES	NOT,2
Pavle	YES	NOT,4	NOT
Jovan	NOT	NOT	YES

Sada možemo da utvrdimo da je:

- Petar dobošar i plaši se mačaka
- Pavle gitarista i plaši se broja 13 i
- Jovan saksofonista i plaši se visine.

Zadatak 3: Raspored vozova (ispitni zadatak)

Razmatramo sledeci problem za raspored vozova.

Ima su 4 kompozicije: t_1, t_2, t_3, t_4 i 3 lokomotive : l_1, l_2, l_3 .

Imamo sledeca ogranicenja:

- 1) svaki voz mora vuci neka lokomotiva
- 2) svaka lokomotiva moze vuci jedan voz u jednom trenutku
- 3) ako lokomotiva nije u upotrebi moze se trenutno upotrebiti bilo koji voz
- 4) lokomotiva l_3 je suvise mala da vuce t_3
- 5) lokomotive l_2 i l_3 su suvise male da vuku t_4
- 6) tabela:

<i>kompozicija</i>	<i>interval</i>
<i>t1</i>	<i>8-10</i>
<i>t2</i>	<i>9-13</i>
<i>t3</i>	<i>12-14</i>
<i>t4</i>	<i>11-15</i>

Metodom zadovoljenja ograničenja (algoritam relaksacije) odrediti koja lokomotiva treba da vuče koji voz.

Metod sukcesivnih aproksimacija

Algoritam za opšti rešavač problema GPS (engl. General Problem Solver)

Da bi se iz tekućeg stanja došlo u ciljno stanje, treba uraditi sledeće:

1. Formirati listu koja će inicijalno sadržavati samo tekuće stanje.
2. Nazovimo stanje na čelu liste tekućim stanjem. Dok se lista ne isprazni ili dok se ne dostigne ciljno stanje, raditi sledeće:
 - 2.1. Ako se pregledom tabele razlika ustanovi da ne postoji neupotrebljen operator za smanjenje razlike između tekućeg i ciljnog stanja, ukloniti tekuće stanje iz liste.
 - 2.2. Inače, izabrati operator za smanjivanje razlike iz tabele razlika.
 - 2.2.1. Ako preduslovi za primenu operatora nisu zadovoljeni, pokušati njihovo zadovoljavanje formiranjem novog ciljnog stanja od tih preduslova i rekurzivnim pozivom GPS algoritma radi dostizanja novog ciljnog stanja iz tekućeg.
 - 2.2.2. Ako su preduslovi zadovoljeni primeniti operator i novodobijeno stanje staviti na početak liste stanja.
3. Ako se dostigne ciljno stanje, obavestiti o uspehu; u suprotnom, obavestiti o neuspehu.

Zadatak 1: Putovanje u Tivat

Tetka Marija koja živi u Tivtu pozvala je sestrića Nenada, studenta računarske tehnike iz Beograda da provede nekoliko dana na moru. Postoji niz različitih načina za putovanje tako da je Nenad odlučio da uz pomoć GPS (*General problem solver* - opšti rešavač problema) algoritma izabere odgovarajući prevoz u svakoj tački svog putovanja prema sledećim pravilima:

- ako je put duži od 250 km, putovati avionom ili vozom.
- ako je put duži od 50 km i kraći od 250 km, putovati vozom ili kolima.
- ako je put duži od 1 km, a kraći od 50 km, putovati kolima ili uzeti taksi.
- ako je put kraći od 1 km, ići pešice.

Preduslov za putovanje avionom je da se bude na aerodromu, za putovanje vozom da se bude na železničkoj stanici, a da se putuje kolima je da se poseduju kola.

Rastojanja su:

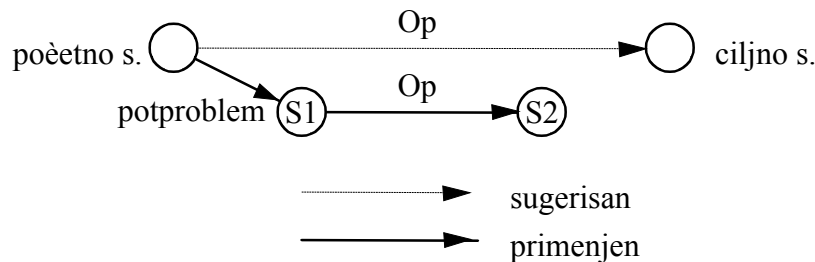
- Nenadova kuća – tetkina kuća u Tivtu 300km
- Nenadova kuća – aerodrom Surčin 10km

- Nenadova kuća – Nenadov praking 100m
- Nenadov praking – aerodrome Surčin 10km
- Tivatski aerodrom – tetkina kuća u Tivtu 7km

Određiti na koji će način Nenad, koji u Beogradu ima svoja kola, doputovati tetki Mariji.

Analiza problema

GPS rešava probleme primenom strategije sukcesivnih aproksimacija (engl. *means-ends analysis*) koja se može opisati na sledeći način: na početku se identifikuju početno, ciljno stanje, i uvodi kriterijum za ocenu razlike između tekućeg i ciljnog stanja. Takođe se definišu operatori prevođenja u nova stanja i uslovi primene istih. U tekućem stanju S , na osnovu razlike tekućeg i ciljnog stanja za primenu se bira onaj operator koji najviše smanjuje tu razliku (koji prevodi u stanje najbliže ciljnom stanju). Ukoliko uslovi za primenu izabranog operatora Op u stanju S nisu zadovoljeni, na osnovu tih uslova definiše se neko stanje S_1 kao novi parcijalni cilj i rekurzivno primenjuje GPS algoritam na novi problem prelaska iz stanja S u stanje S_1 . Rešavanjem ovog podproblema tekuće stanje postaje S_1 i tada je moguće primeniti operator Op koji prevodi iz stanja S_1 u neko novo stanje S_2 (slika 1). U novoj iteraciji traži se operator koji će, primenjen na stanje S_2 , smanjiti razliku tekućeg i ciljnog stanja, itd. sve dok se ne postigne prvobitni cilj.



Slika 1

Rešenje

U našem problemu, stanje je opisano lokacijom na kojoj se Nenad u toku putovanja nalazi, početno stanje je Nenadov stan u Beogradu, ciljno stanje je tetkina kuća u Tivtu, operatori promene stanja su zadata prevozna sredstva (uključujući i hodaње) sa svojim ograničenjima, a razlika stanja u ovom slučaju predstavljena je geografskim rastojanjem tekuće lokacije na kojoj se Nenad nalazi od ciljne lokacije.

Tabela 1 definiše operatore promene stanja u skladu sa uslovima zadatka. Pretpostavljeno je da za operator *voziti se taksijem* nema posebnih preduslova jer Nenad može sa svakog mesta pozvati taksi telefonom. Tabela 2 predstavlja takozvanu tabelu razlika. Svaka vrsta tabele označena je određenom razlikom tekućeg i ciljnog stanja, dok su kolone označene operatorima promene stanja. Ulaz u vrsti koja odgovara razlici R i koloni koja odgovara operatoru Op popunjen je sa DA ako je moguće upotrebiti operator Op za smanjenje razlike R . Ukoliko je za smanjenje određene razlike moguće upotrebiti više od jednog operatora, prioritet operatora opada s leva na desno u odgovarajućoj vrsti tabele.

Tabela 1: Operatori promene stanja

operator	preduslov	akcija
leteti avionom u mesto x	lokacija = aerodrom Surčin	lokacija = aerodrom u mestu x
putovati vozom u mesto x	lokacija = beogradska železnička stanica	lokacija = železnička stanica u mestu x
voziti se kolima u mesto x	lokacija = Nenadov parking	lokacija = x
voziti se taksijem u mesto x	-	lokacija = x
hodati do mesta x	-	lokacija = x

Tabela 2: Definicija razlika

razlika r	putovati avionom	putovati vozom	voziti se kolima	voziti se taksijem	hodati
$r > 250$ Km	DA	DA			
50 Km $< r < 250$ Km		DA	DA		
1 Km $< r < 50$ Km			DA	DA	
$r < 1$ Km					DA

Pretraga započinje pozivom GPS procedure sa početnom lokacijom kao tekućim stanjem:

Nivo rekurzije: 1
Tekuće stanje: lokacija = Nenadova kuća
Ciljno stanje: lokacija = tetkina kuća u Tivtu
Razlika: $r = 300$ Km

S obzirom da je rastojanje od Beograda do Tivta veće od 250 km, tabela razlika sugeriše putovanje avionom do Tivta kao prvi izbor. Preduslov za to je da se bude u avionu, što u početnom stanju nije zadovoljeno, pa ovo postaje cilj drugog poziva GPS procedure.

Nivo rekurzije: 2
Tekuće stanje: lokacija = Nenadova kuća
Ciljno stanje: lokacija = aerodrom Surčin

Razlika:

$$r = 10 \text{ Km}$$

Rastojanje od Nenadovog stana do aerodroma je veće od 1 km a manje od 50 km, pa je vožnja kolima do aerodroma prvi izbor u tabeli razlika. Preduslov za to je da se bude u kolima, pa se ovaj problem rešava novim rekurzivnim pozivom GPS procedure.

Nivo rekurzije: 3

Tekuće stanje:

lokacija = Nenadova kuća

Ciljno stanje:

lokacija = Nenadov parking

Razlika:

$$r = 100 \text{ m}$$

Razlika od 100m nalaže hodanje do kola što je neposredno primenljivo, pa tekuća lokacija za Nenada postaje parking.

Nivo rekurzije: 3

Tekuće stanje:

lokacija = Nenadov parking

Ciljno stanje:

lokacija = Nenadov parking

Razlika:

$$r = 0$$

Ustanovljava se da nema razlike između tekućeg i ciljnog stanja, pa treći nivo GPS algoritma sa uspehom završava rad i vraća kontrolu drugom nivou.

Nivo rekurzije: 2

Tekuće stanje:

lokacija = Nenadov parking

Ciljno stanje:

lokacija = aerodrom Surčin

Razlika:

$$r = 10 \text{ Km}$$

Sada se može primeniti i ranije izabrani operator vožnje kolima do aerodroma da bi se eliminisala razlika između tekućeg stanja i ciljnog stanja za drugi nivo GPS-a.

Nivo rekurzije: 2

Tekuće stanje:

lokacija = aerodrom Surčin

Ciljno stanje:

lokacija = aerodrom Surčin

Razlika:

$r = 0$

Time je zadatak dolaska na aerodrom rešen, čime se okončava GPS procedura drugog nivoa i kontrola predaju prvom nivou.

Nivo rekurzije: 1

Tekuće stanje:

lokacija = aerodrom Surčin

Ciljno stanje:

lokacija = tetkina kuća u Tivtu

Razlika:

$r = 300 \text{ km}$

Sada se u okviru GPS procedure prvog nivoa primenjuje operator vožnje avionom, tako da Nenad dospeva na tivatski aerodrom.

Nivo rekurzije: 1

Tekuće stanje:

lokacija = tivatski aerodrom

Ciljno stanje:

lokacija = tetkina kuća u Tivtu

Razlika:

$r = 7 \text{ km}$

Rastojanje do tetkine kuće je veće od 1 km, a manje od 50 km. Na osnovu zadatih pravila, vožnja kolima je prvi izbor. Međutim, preduslov *lokacija = Nenadov parking* ne može se zadovoljiti jer ne postoji operator koji bi Nenada vratio u Beograd. Na taj način ostaje vožnja taksijem do tetkine kuće kao alternativa koja se odmah može primeniti.

Nivo rekurzije: 1

Tekuće stanje:

lokacija = tetkina kuća u Tivtu

Ciljno stanje:

lokacija = tetkina kuća u Tivtu

Razlika:

$r = 0$

GPS procedura prvog nivoa ustanovljava da nema razlike između tekućeg i ciljnog stanja, čime je zadatak rešen.