

# Produkcioni sistemi

## Zadatak 1: Zaključivanje direktnim ulančavanjem

Posmatrajmo sledeću bazu znanja koja se sastoji od pravila (produkcija) i činjenica.

if  $b(x)$  then  $a(x)$   
if  $c(x)$  and  $d(x)$  then  $b(x)$   
if  $e$  and  $f(x)$  then  $d(x)$   
if  $g(x)$  then  $c(x)$   
 $g(2)$   
 $f(5)$   
 $g(5)$   
 $e$

Koje sve nove činjenice i po kom redosledu proizilaze primenom direktnog ulančavanja sa fokusiranjem pažnje (engl. *focus of attention*) na nove činjenice?

### Rešenje

U zadatom produkcionom sistemu stavovi  $e$ ,  $f(x)$  i  $g(x)$  predstavljaju pretpostavke, stavovi  $b(x)$ ,  $c(x)$  i  $d(x)$  su međupredikati a stav  $a(x)$  je ciljni stav. Polazne činjenice  $g(2)$ ,  $f(5)$ ,  $g(5)$  i  $e$  nam definišu istinitost stavova - pretpostavki za određene konkretne vrednosti promenljivih.

Zadati produkcionni sistem sadrži predikate koji imaju argumente u kojima se pojavljuju promenljive. Promenljive unutar pravila posmatraju se kao univerzalno kvantifikovane. U procesu zaključivanja promenljive iz pravila se vezuju, odnosno, dobijaju konkretne vrednosti tako su zaključci predstavljeni stavovima koji sadrže konstante. Primenimo algoritam zaključivanja direktnim ulančavanjem na zadati produkcionni sistem. Početna situacija opisana je na sledeći način:

Lista neupotrebljenih činjenica  $L$  :  $g(2)$ ,  $f(5)$ ,  $g(5)$ ,  $e$

Produkcioni sistem:

1. if  $b(x)$  then  $a(x)$
2. if  $c(x)$  and  $d(x)$  then  $b(x)$
3. if  $e$  and  $f(x)$  then  $d(x)$
4. if  $g(x)$  then  $c(x)$

Dobijene činjenice: -

Prvo se sledi činjenica  $g(2)$ . Jedino preduslov pravila 4 uparuje ovu činjenicu, pri čemu promenljiva  $x$  dobija vrednost 2. Kada se predikat  $g(x)$  ukloni iz pravila 4 na osnovu

koraka 2.1.1., dobija se novo 'pravilo'  $c(2)$  (podsetimo se da je promenljiva  $x$  vezana u procesu uparivanja preduslova pravila 4. sa činjenicom  $g(2)$ ). Prema koraku 2.1.2 dobijena je nova činjenica koja se stavlja na čelo liste  $L$ . Jedino zaključak pravila 4 uparuje činjenicu  $c(2)$ , ali se ovo pravilo ne uklanja iz baze jer je zaključak opštiji s obzirom da sadrži promenljivu.

Koraci 2.1.3. i 2.1.4. preskaču se u ovom slučaju. Situacija pre nove iteracije u algoritmu je sledeća:

Lista neupotrebljenih činjenica  $L$  :  $c(2)$ ,  $f(5)$ ,  $g(5)$ ,  $e$

Produkcioni sistem:

1. if  $b(x)$  then  $a(x)$
2. if  $c(x)$  and  $d(x)$  then  $b(x)$
3. if  $e$  and  $f(x)$  then  $d(x)$
4. if  $g(x)$  then  $c(x)$

Dobijene činjenice:  $c(2)$

U novoj iteraciji algoritma zaključivanja sledi se činjenica  $c(2)$ . Jedino pravilo 2. u preduslovu poseduje predikat  $c(x)$ . Prema 2.1.1. od pravila 2. kreira se novo pravilo

if  $d(2)$  then  $b(2)$

koje se prema 2.1.3 stavlja ispred pravila 2. Pravilo 2 se ne eliminiše jer su i preduslov i zaključak generalniji od preduslova i zaključka novog pravila. Posle ove iteracije imamo sledeću situaciju:

Lista neupotrebljenih činjenica  $L$  :  $f(5)$ ,  $g(5)$ ,  $e$

Produkcioni sistem:

1. if  $b(x)$  then  $a(x)$
- 1a. if  $d(2)$  then  $b(2)$
2. if  $c(x)$  and  $d(x)$  then  $b(x)$
3. if  $e$  and  $f(x)$  then  $d(x)$
4. if  $g(x)$  then  $c(x)$

Dobijene činjenice:  $c(2)$

U narednoj iteraciji sledi se činjenica  $f(5)$  i bira pravilo 3 kao jedino primenljivo. U bazu znanja dodaje se novo pravilo 2a. tako da je trenutna situacija sledeća:

Lista neupotrebljenih činjenica L : g(5), e

Produkcioni sistem:

1. if b(x) then a(x)
- 1a. if d(2) then b(2)
2. if c(x) and d(x) then b(x)
- 2a. if e then d(5)
3. if e and f(x) then d(x)
4. if g(x) then c(x)

Dobijene činjenice: c(2)

Naredna činjenica koja se sledi je g(5). Na osnovu pravila 4 koje je jedino primenljivo u ovoj situaciji dobija se nova činjenica c(5) i dodaje na čelo liste L, koja ima izgled:

Lista neupotrebljenih činjenica L : c(5), e

dok baza znanja ostaje neizmenjena.

Sada se sledi činjenica c(5). Ovoj činjenici odgovara pravilo 2 od koga nastaje novo pravilo 1b pa je situacija sledeća:

Lista neupotrebljenih činjenica L : e

Produkcioni sistem:

1. if b(x) then a(x)
- 1a. if d(2) then b(2)
- 1b. if d(5) then b(5)
2. if c(x) and d(x) then b(x)
- 2a. if e then d(5)
3. if e and f(x) then d(x)
4. if g(x) then c(x)

Dobijene činjenice: c(2), c(5)

Činjenici e odgovaraju pravila 2a. i 3. Na osnovu pravila 2a. dobija se nova činjenica d(5) koja se stavlja na čelo liste L, a pravilo 2a. se uklanja iz baze pošto zaključak potpuno odgovara novodobijenoj činjenici. Na osnovu pravila 3 dobija se novo pravilo 2b. a pravilo 3 se uklanja kao redundantno, pa imamo sledeću situaciju:

Lista neupotrebljenih činjenica L : d(5)

Produkcioni sistem:

1. if b(x) then a(x)
- 1a. if d(2) then b(2)

- 1b. if  $d(5)$  then  $b(5)$
2. if  $c(x)$  and  $d(x)$  then  $b(x)$
- 2b. if  $f(x)$  then  $d(x)$
4. if  $g(x)$  then  $c(x)$

Dobijene činjenice:  $c(2)$ ,  $c(5)$ ,  $d(5)$

Činjenicu  $d(5)$  uparaju preduslovi pravila 1b i 2. (to se, naravno ne može reći za pravilo 1a koje sadrži predikat  $d$  ali sa različitom konstantom kao argumentom). Na osnovu pravila 1b. dobija se nova činjenica  $b(5)$ , a pravilo 1b se uklanja iz baze. Na osnovu pravila 2 nastaje novo pravilo

if  $c(5)$  then  $b(5)$

koje nema potrebe unositi u bazu pošto već imamo  $b(5)$  kao činjenicu. Pravilo 2 se ne može ukloniti iz baze jer je njegov zaključak generalniji. Situacija je sada:

Lista neupotrebljenih činjenica L:  $b(5)$

Produkcioni sistem:

1. if  $b(x)$  then  $a(x)$
- 1a. if  $d(2)$  then  $b(2)$
2. if  $c(x)$  and  $d(x)$  then  $b(x)$
- 2b. if  $f(x)$  then  $d(x)$
4. if  $g(x)$  then  $c(x)$

Dobijene činjenice:  $c(2)$ ,  $c(5)$ ,  $d(5)$ ,  $b(5)$

Činjenici  $b(5)$  odgovara pravilo 1 koje daje novu činjenicu  $a(5)$ . Baza znanja se ne menja. S obzirom da se sleđenjem činjenice  $a(5)$  ne dobija nikakva nova činjenica, lista neupotrebljenih činjenica je konačno ispražnjena. Završna situacija je, prema tome:

Lista neupotrebljenih činjenica L: -

Produkcioni sistem:

1. if  $b(x)$  then  $a(x)$
- 1a. if  $d(2)$  then  $b(2)$
2. if  $c(x)$  and  $d(x)$  then  $b(x)$
- 2b. if  $f(x)$  then  $d(x)$
4. if  $g(x)$  then  $c(x)$

Dobijene činjenice:  $c(2)$ ,  $c(5)$ ,  $d(5)$ ,  $b(5)$ ,  $a(5)$

## Zadatak 2: Zaključivanje povratnim ulančavanjem

Posmatrajmo bazu znanja:

if  $b(x)$  then  $a(x)$   
if  $c(x)$  and  $d(x)$  then  $b(x)$   
if  $e$  and  $f(x)$  then  $d(x)$   
if  $g(x)$  then  $c(x)$   
 $g(2)$   
 $f(5)$   
 $g(5)$   
 $e$

Prikazati proces zaključivanja o istinitosti cilja  $a(x)$  povratnim ulančavanjem.

### *Analiza problema*

Promenljiva  $x$  koja se pojavljuje u ciljnom predikatu  $a$  smatra se egzistencijalno kvantifikovanom. Drugim rečima, da bi cilj bio ispunjen, dovoljno je naći jednu konkretnu vrednost  $C$  za promenljivu  $x$  za koju je predikat  $a(C)$  ispunjen.

Povratno rezonovanje je 'ciljno usmereno' jer polazi od zadatog cilja (upita u bazu znanja), upotrebom pravila u smeru od zaključaka ka preduslovima ispituje da li su ispunjene sve činjenice koje zahteva dati cilj.

### *Rešenje*

Razmotrimo zaključivanje povratnim ulančavanjem za zadati produkcionni sistem. Inicijalno, upit  $a(x)$  se razmatra kao tekući cilj u proceduri TEST. Tekući (i jedini) predikat cilja je  $a(x)$ . (U narednoj tabeli, tekući predikat cilja je podvučen). S obzirom da ovaj predikat nije razmatran, promenljiva  $x$  nije vezana, a redni broj  $N$  stava koji je korišćen u razmatranju tekućeg predikata ima inicijalnu vrednost 0.

tekući cilj C1: početni upit	
	<u><math>a(x)</math></u>
N	0
vezivanja	-

Predikat  $a(x)$  ne može se upariti ni sa jednom činjenicom. Od pravila je relevantno samo pravilo 1. Zato se uz predikat  $a(x)$  pamti redni broj ovoga pravila (potreban je za eventualno vraćanje unazad pri zaključivanju kao što će kasnije biti objašnjeno), a promenljiva  $x$  iz stava  $a(x)$  vezuje se za promenljivu  $x$  iz pravila 1 koja će biti označena kao  $x'$  da bi se ove dve promenljive mogle razlikovati.

tekući cilj C1: početni upit

	<u>a(x)</u>
N	1
vezivanja	$x = x'$

Prema tački 2.2. algoritma, prelazi se na razmatranje preduslova pravila 1 čime se formira novi tekući cilj C2 i rekurzivno poziva procedura TEST.

tekući cilj C2: preduslov pravila 1

	<u>b(x')</u>
N	0
vezivanja	-

Razmatranjem stava  $b(x)$  uočava se da ovom stavu ne odgovara ni jedna činjenica. Ovom stavu odgovara jedino zaključak pravila 2. Prema tome, uz ovaj stav pamti se redni broj pravila, i vrši vezivanje promenljive  $x'$  za promenljivu  $x$  iz pravila 2 koju ćemo označiti sa  $x''$ .

tekući cilj C2: preduslov pravila 1

	<u>b(x')</u>
N	2
vezivanja	$x' = x''$

Uzima u razmatranje preduslov pravila 2 koji postaje novi tekući cilj. Sledi novi poziv procedure TEST.

tekući cilj C3: preduslov pravila 2

	<u>c(x'')</u> and $d(x'')$
N	0
vezivanja	-

Sledeći stav koji se razmatra je levi stav u složenom preduslovu pravila 2, a to je  $c(x)$ . Ovom stavu odgovara pravilo 4. Promenljiva  $x''$  vezuje se za promenljivu iz pravila 4 koji ćemo označiti kao  $x'''$ .

tekući cilj C3: preduslov pravila 2

	<u>c(x'')</u> and $d(x'')$
N	4
vezivanja	$x'' = x'''$

Preduslov  $g(x)$  pravila 4 dolazi na red za razmatranje. Sledi poziv procedure TEST za novi cilj.

tekući cilj C4: preduslov pravila 4

	<u><math>g(x''')</math></u>	
N	0	
vezivanja	-	

Stav  $g(x)$  uparuje se sa činjenicom  $g(2)$  čiji je redni broj N jednak 5 i pri tome promenjiva  $x'''$  dobija vrednost 2.

tekući cilj C4: preduslov pravila 4

	<u><math>g(x''')</math></u>	
N	5	
vezivanja	$x''' = 2$	

Stav  $g(x)$  za  $x=2$  je zadovoljen što povlači i zadovoljenost pravila 4 kao tekućeg cilja i povratak iz poslednjeg poziva procedure TEST u prethodni poziv. U prethodnom pozivu, tekući cilj je bio C3. Pošto je tekući predikat  $c(x'')$  zadovoljen za  $x'' = 2$  prelazi se razmatranje predikata  $d(x'')$  prema tački 4 algoritma.

tekući cilj C3: preduslov pravila 2

	$c(x'')$	and	<u><math>d(x'')</math></u>	
N	4		0	
vezivanja	$x'' = 2$	-		

Pošto se tekući predikat  $d(x'')$  za  $x'' = 2$  razmatra prvi put, za njega je  $N = 0$ . Tekući predikat ne uparuje ni jedna od činjenica, već samo zaključak pravila 3.

tekući cilj C3: preduslov pravila 2

	$c(x'')$	and	<u><math>d(x'')</math></u>	
N	4		3	
vezivanja	$x'' = 2$	-		

S obzirom da je promenljiva  $x''$  vezana za vrednost 2, u preduslovu pravila 3 zamenjuje se promenljiva vrednošću 2. Ovo postaje tekući cilj u novom pozivu procedure TEST.

tekući cilj C4: preduslov pravila 3

	<u><math>e</math></u>	and	$f(2)$	
N	0			
vezivanja	-			

Prvi predikat  $e$  u preduslovu pravila 3 zadovoljen je činjenicom iz baze ( $N=8$ ), pa se prelazi na razmatranje drugog predikata.

tekući cilj C4: preduslov pravila 3		
	$e$	and $f(2)$
N	8	0
vezivanja	-	-

Drugi stav  $f(2)$  ne može biti zadovoljen, jer ne postoji činjenica niti pravilo koje može biti upareno sa ovim stavom. Na ovom mestu dolazi do povratka u zaključivanju (*backtracking-a*) prema koraku 3 algoritma. Razmatra se ponovo stav koji se nalazi levo od stava  $f(2)$  u preduslovu pravila 3 a to je  $e$ .

tekući cilj C4: preduslov pravila 3		
	$e$	and $f(2)$
N	8	0
vezivanja	-	-

Pretraživanjem baze znanja počev od 9. reda (jer je  $N=8$  za tekući predikat) ustanovljujemo da predikat  $e$  ne može biti zadovoljen ni činjenicom ni zaključkom pravila. Pošto se radi o krajnje levom predikatu cilja C4, ustanovljava se da cilj C4 nije zadovoljen. Sledi povratak iz poslednjeg poziva procedure TEST u prethodni.

tekući cilj C3: preduslov pravila 2		
	$c(x'')$	and $d(x'')$
N	4	3
vezivanja	$x'' = 2$	-

Razmatranjem baze znanja od 4. reda nalazi se da se predikat  $d(x'')$  ne može se zadovoljiti na alternativan način, pa se zaključivanje vraća na levi stav pravila 2, a to je stav  $c(x)$ . Pri tome se poništava veza promenljive  $x'' = 2$ .

tekući cilj C3: preduslov pravila 2		
	$c(x'')$	and $d(x'')$
N	4	3
vezivanja	-	-

Ne postoji činjenica koja zadovoljava tekući predikat  $c(x)$ . Zbog toga se razmatraju pravila počev od 4. reda baze znanja prema tački 2.2. pa se bira pravilo 4. Preduslovi pravila 4 već su na ovom nivou bili razmatrani kao cilj C4. Promenljiva  $x''$  vezuje se za promenljivu  $x'''$  iz pravila 4. Sledi novi poziv procedure test za C4 kao tekući cilj.



tekući cilj C4: preduslov pravila 4

	<u>g(x''')</u>	
N	5	
vezivanja	$x''' = 2$	

Pošto se prethodno vezivanje  $x''' = 2$  raskida, pretraživanje baze znanja kreće od šestog reda prema tački 2.1. algoritma. Pri tome se pronalazi činjenica  $g(5)$  i vrši vezivanje promenljive  $x'''$  za novu vrednost 5.

tekući cilj C4: preduslov pravila 4

	<u>g(x''')</u>	
N	7	
vezivanja	$x''' = 5$	

Cilj C4 je zadovoljen, kontrola se vraća prethodnom pozivu procedure TEST i tekući cilj postaje C3. Promenljiva  $x''$  dobija vrednost 5.

tekući cilj C3: preduslov pravila 2

	<u>c(x'')</u>	and	<u>d(x'')</u>	
N	4		3	
vezivanja	$x'' = 5$	-		

Razmatra se drugi stav pravila 2, a to je  $d(x'')$  za  $x'' = 5$ .

tekući cilj C3: preduslov pravila 2

	<u>c(x'')</u>	and	<u>d(x'')</u>	
N	4		3	
vezivanja	$x'' = 5$	-		

Pošto činjenice ne mogu upariti tekući predikat, razmatraju se pravila počev od trećeg reda baze znanja. Ovaj predikat uparuje zaključak pravila 3. Sledi novi poziv procedure TEST pri čemu preduslov pravila 3 uz smenu  $x = 5$  postaje novi cilj C6. Ovaj cilj se razlikuje od cilja C5 jer je promenljiva  $x$  zamenjena drugom vrednošću; prema tome je  $N = 0$ , to jest, razmatranje tekućeg predikata počinje od prvog reda baze znanja.

tekući cilj C6: preduslov pravila 3

	<u>e</u>	and	<u>f(5)</u>	
N	0			
vezivanja	-			

Prvi predikat  $e$  u preduslovu pravila 3 zadovoljen je činjenicom iz baze ( $N=8$ ), pa se prelazi na razmatranje drugog predikata.

tekući cilj C6: preduslov pravila 3		
	e	and <u>f(5)</u>
N	8	0
vezivanja	-	-

Tekući predikat f(5) zadovoljen je činjenicom 6.

tekući cilj C6: preduslov pravila 3		
	e	and <u>f(5)</u>
N	8	6
vezivanja	-	-

Prema tome, cilj C6 je potpuno zadovoljen, pa se kontrola vraća prethodnom pozivu procedure TEST.

tekući cilj C3: preduslov pravila 2		
	c(x'')	and <u>d(x'')</u>
N	4	3
vezivanja	x'' = 5	-

Tekući cilj C3 je u potpunosti zadovoljen, pa se kontrola vraća na prethodni nivo.

tekući cilj C2: preduslov pravila 1		
	<u>b(x')</u>	
N	2	
vezivanja	x' = x''	

U tekućem cilju C2 zadovoljen je predikat b(x') pri čemu je x' = x'' = 5. Time je zadovoljeno i pravilo jedan pa se kontrola vraća prvom pozivu procedure TEST.

tekući cilj C1: početni upit		
	<u>a(x)</u>	
N	1	
vezivanja	x = x'	

Promenljiva x dobija vrednost 5, što znači da je zadovoljen i krajnji cilj a(x), za x=5.

U procesu zaključivanja, redom su zadovoljavana pravila: 4 (za x=2), 4 (za x=5), 3, 2, 1 i početni upit. Zaključak svakog od ovih pravila generisao je po jednu novu činjenicu: c(2), c(5), d(5), b(5) i a(5). Prema tome, dobijene su iste činjenice u istom redosledu kao u zadatku 1 u kome je primenjeno zaključivanje direktnim ulančavanjem u istoj bazi znanja. U opštem slučaju broj i redosled dobijenih činjenica ne moraju se poklapati kod ova dva načina zaključivanja.

### Zadatak 3: Zaključivanje cikličkim hibridnim ulančavanjem

Posmatrajmo bazu znanja:

if  $b(x)$  then  $a(x)$   
if  $c(x)$  and  $d(x)$  then  $b(x)$   
if  $e$  and  $f(x)$  then  $d(x)$   
if  $g(x)$  then  $c(x)$   
 $g(2)$   
 $f(5)$   
 $g(5)$   
 $e$

Koje sve nove činjenice ili pravila i po kom redosledu proizilaze iz ove baze znanja ako se primenjuje ciklično hibridno ulančavanje (engl. rule cycle hybrid)?

#### *Analiza problema*

Pri zaključivanju cikličkim hibridnim ulančavanjem, ciklički se ponavljaju sledeće akcije: vrši se razmatranje pravila po redosledu kojim su zadata u bazi znanja; ako svi predikati iz preduslova nekog pravila uparuju činjenice iz baze, pravilo uspeva i njegova leva strana (uz odgovarajuće smene promenljivih) dodaje se u bazu kao nova činjenica.

#### *Rešenje*

Razmotrimo zadati produkcionni sistem. U prvoj iteraciji algoritma:

- Preduslovi pravila 1 i 2 nisu ispunjeni u prvom prolazu.
- Preduslov pravila 3 jeste ispunjen pošto se može upariti sa činjenicama  $e$  i  $f(5)$ , pa se na čelo liste činjenica dodaje  $d(5)$ . Pravilo 3 se pri tom ne eliminiše jer se njegov zaključak ne sadrži u dobijenoj činjenici.
- Preduslov pravila 4 može se upariti sa činjenicama  $g(2)$ , pa zatim i  $g(5)$  pa se činjenicama dodaju dve nove  $c(2)$  i  $c(5)$  a pravilo 4 ostaje u razmatranju.

Na kraju prve iteracije baza znanja ima sledeći izgled:

#### *Pravila*

if  $b(x)$  then  $a(x)$   
if  $c(x)$  and  $d(x)$  then  $b(x)$   
if  $e$  and  $f(x)$  then  $d(x)$   
if  $g(x)$  then  $c(x)$

<i>Činjenice:</i>	<i>početne</i>	<i>dobijene</i>
	g(2)	d(5)
	f(5)	c(2)
	g(5)	c(5)
	e	

U drugoj iteraciji, zaključivanje se odvija na sledeći način:

- pravilo 1 ne uspeva.
- pravilo 2 uspeva za  $x = 5$ , pa se u bazu dodaje nova činjenica b(5).
- Razmatranjem pravila 3 i 4 ne dobijaju se nove činjenice.

Na kraju druge iteracije baza znanja ima sledeći izgled:

<i>Pravila</i>			
	if b(x) then a(x)		
	if c(x) and d(x) then b(x)		
	if e and f(x) then d(x)		
	if g(x) then c(x)		
<i>Činjenice:</i>	<i>početne</i>	<i>dobijene(1)</i>	<i>dobijene(2)</i>
	g(2)	d(5)	b(5)
	f(5)	c(2)	
	g(5)	c(5)	
	e		

U trećoj iteraciji:

- pravilo 1 uspeva i bazi se dodaje činjenica a(5).
- Ostala pravila ne generišu nove činjenice.

Na kraju treće iteracije baza znanja ima sledeći izgled:

<i>Pravila</i>				
	if b(x) then a(x)			
	if c(x) and d(x) then b(x)			
	if e and f(x) then d(x)			
	if g(x) then c(x)			
<i>Činjenice:</i>	<i>početne</i>	<i>dobijene(1)</i>	<i>dobijene(2)</i>	<i>dobijene(3)</i>
	g(2)	d(5)	b(5)	a(5)
	f(5)	c(2)		
	g(5)	c(5)		
	e			

U sledećoj iteraciji, nijedno pravilo ne generiše nove činjenice i time je zaključivanje završeno. Zaključivanjem su dobijene činjenice d(5), c(2), c(5), b(5) i a(5), tim redom. U poređenju sa zaključivanjem uz korišćenje strategije direktnog ulančavanja u istoj bazi znanja, radi se o istim činjenicama ali je redosled dobijanja drugačiji.