INTELIGENTNI SISTEMI

as. ms Vladimir Jocović
as. ms Adrian Milaković

TEORIJA IGARA

Simultane igre

02

„When you play the game of thrones, you win or you die.“
- G. R. R. Martin

IGRE I VEŠTAČKA INTELIGENCIJA

Zašto su igre interesantne u AI-u?

Jedna od prvih primena veštačke inteligencije je bila u igrama. Prve igre koje su dobile AI igrače su X-O, šah, Go, Othello itd. Rešene su one igre za čije se partije u svakom potezu može sa sigurnošću odrediti ishod igre ukoliko oba igrača igraju savršeno.

Igre su interesantne sa stanovišta AI jer su teške za rešavanje. Prosečan faktor grananja igre šah je 35, a prosečan broj poteza svakog igrača u jednoj partiji šaha je 40. To znači da je broj listova u kompletnom stablu igre 35^80, odnosno 3.35 * 10^123.

Prosečan faktor granja igre Go je čak 250.

Danas je AI prisutan u mnogim igrama: *NBA2K, FIFA, LoL, GTA itd*.

TEORIJA IGARA

Šta je teorija igara?

Teorija igara je grana primenjene matematike koja se bavi proučavanjem ponašanja pojedinca (koji donosi neku odluku) u interakciji sa drugim pojedincima. Uspeh pojedinca ne zavisi samo od njegovih odluka već i od odluka ostalih aktera sa kojima pojedinac interaguje.

Primena nije samo u igrama nego i u ekonomiji, politici, vojsci itd.

Pojedinci u interakciji sa drugim pojedincima mogu koristiti različite **strategije**.

POJAM STRATEGIJE

Pristup koji pojedinac koristi prilikom izbora njegovog sledećeg poteza predstavlja njegovu **strategiju**.

Potez predstavlja jedan od dostupnih izbora pojedinca koji on može izabrati u nekom trenutku igre.

*** *Strategija nije potez! Strategija predstavlja skup pravila koji odlučuje o izboru jednog od mogućih poteza pojedinca u svakom trenutku igre.* ***

Strategije mogu biti **čiste** (*pure*) ili **mešovite** (*mixed*).

POJAM STRATEGIJE

Čista strategija je deterministička politika (igrač igra jednu strategiju sa verovatnoćom 100%) i daje kompletne podatke o igranju igre od strane igrača koji je primenjuje.

Mešovita strategija je skup čistih strategija igrača u kome je svakoj čistoj strategiji dodeljena verovatnoća izbora te strategije. Suma verovatnoća izbora iznosi 100%.

Profil strategija je skup strategija koji čini po jedna izabrana strategija za svakog igrača. Za svaki profil može da se odredi ishod za svakog igrača.

Rešenje igre je profil strategija koji čini po jedna izabrana strategija od strane svakog igrača.

ELEMENTI IGARA

Koji su elementi igre?

- **Igrači** – skup učesnika koji igraju neku igru.
- **Strategija** – igračima je na raspolaganju skup opcija koje definišu kako se igrači ponašaju.
- **Dobitak** – za svaku izabranu opciju igrači ostvaruju dobitak. Dobitak je obično predstavljen celobrojnim vrednostima.

Naš cilj je da rezonujemo kako će se igrači ponašati u igri.

TIPOVI IGARA

Koji sve tipovi igri postoje?

- **Kooperativne/nekooperativne** – da li je dozvoljeno formiranje saveza između igrača ili ne.
- **Simetrične/asimetrične** – u simetričnim igrama identiteti igrača nisu bitni, jer su dobici za primenu odgovarajuće strategije isti za sve igrače.
- **Zero-sum/non Zero-sum** – u zero-sum igrama suma dobitaka svih igrača jednaka je 0 za bilo koje kombinacije strategija.
- **Simultane/sekvencijalne** – simultane igre nemaju vremensku osu i odluke se saopštavaju simultano (čak iako su ranije donete). Predstavljaju se matricama dobitaka. Sekvencijalne igre krase suprotne odlike i predstavljaju se stablima.

KARAKTERISTIKE IGARA

U nastavku će od interesa biti igre sa sledećim karakteristikama:

Simultane – odnosi se na tajming saopštavanja odluka igrača igre. Igrači saopštavaju donete odluke gotovo istovremeno.

Nesavršene informacije – igrač ne zna koje su odluke odabrali ostali igrači dok ih oni sami ne saopšte, ali zna ko su ostali igrači, koje sve odluke neki igrač može doneti i kakvi će biti ishodi izbora svake od odluka po njega i po ostale igrače (**potpune informacije**).

Jednopotezne – igrači donose po jednu odluku u igri.

Nekooperativne – nema sklapanja saveza sa drugim igračima. Predstavlja nadmetanje između pojedinaca.

U igrama će uvek učestovati **dva** igrača.

PRETPOSTAVKE O IGRAMA

U nastavku ćemo smatrati da važe sledeće pretpostavke:

Bitan je sopstveni dobitak – sve što je važno u igri za igrača definisano je samim dobitkom koji očekuje igrača izborom odgovarajuće strategije. Igrači ne ispoljavaju altruizam, tj. ne zanima ih dobitak ostalih igrača u igri.

Poznavanje strukture igre – iskazano je definicijom „potpune informacije“ na prethodnom slajdu.

Racionalnost – igrač bira strategiju koje će mu doneti maksimalnu dobit, a imajući u vidu verovanje tog igrača u izbor određene strategije drugog igrača. Igrači uvek uspevaju u izboru svoje optimalne strategije, što je manje verovatno u realnim i kompleksnim problemima.

Primer 1 - Papir, kamen i makaze

strategije drugog igrača

strategije prvog igrača

			
	(0, 0)	(1, -1)	(-1, 1)
	(-1, 1)	(0, 0)	(1, -1)
	(1, -1)	(-1, 1)	(0, 0)

MATRICA ISPLATIVOSTI

Matrica isplativosti (*payoff matrix*) služi za tabelarni prikaz strategija igrača. Strategije jednog igrača su izlistane u redovima, a strategije drugog drugog u kolonama. Elementi matrice predstavljaju profile strategija i za svaki profil prva navedena vrednost predstavlja dobitak prvog igrača, a druga vrednost dobitak drugog igrača.

Matrica isplativosti nam pomaže da lakše vizuelizujemo informacije i odredimo **dominantne strategije** i ***Nash*-ov ekvilibrijum** igre.

NASH-ov EKVILIBRIJUM

***Nash*-ov ekvilibrijum** predstavlja profil strategija tako da nijedan igrač ne može da napreduje (ostvari veći dobitak) ako jednostrano promeni svoju odluku (ostali igrači ne menjaju svoje odluke). Takav ekvilibrijum predstavlja rešenje nekooperativne igre.

John Nash je osvojio Nobelovu nagradu u kategoriji ekonomskih nauka 1994. zbog toga što je dokazao da svaka nekooperativna igra sa konačnim brojem igrača i konačnim brojem čistih strategija ima barem jedan *Nash*-ov ekvilibrijum.

Svaka strategija u profilu koji predstavlja *Nash*-ov ekvilibrijum jeste najbolji odgovor na ostale strategije drugih igrača u tom profilu.

Zadatak 1 - Dilema zatvorenika

★☆☆☆☆

Dva bandita su optužena za upad na privatan posed i osumnjičena za krađu velike količine novca. Obojica su uhapšeni i smešteni u posebne samice bez mogućnosti da komuniciraju jedan sa drugim. Banditi nisu uspeli da sakriju ukradeni novac te ih napolju ne čeka nikakva nagrada. Tužilac je angažovan na procesuiranju počinilaca, ali bez dovoljno konkretnih dokaza za veću kaznu on odlučuje da pokuša da se nagodi sa njima, odnosno da iznudi priznanje bandita da je ovaj drugi počinio krađu. Svaki bandit ima mogućnost da sarađuje sa tužiocem i svedoči protiv drugog bandita ili da ne izda druga-bandita time što će odbiti da svedoči.

Pretpostavka je da oba bandita razumeju pravila igre, da su lojalni samo sebi i da ih ne očekuje nikakva nagrada/kazna van ove igre.

Zadatak 1 - Dilema zatvorenika

★☆☆☆☆

<u>Mogući ishodi su sledeći:</u>

Ako obojica odluče da svedoče i time izdaju jedan drugog, obojica će biti osuđeni na po 5 godina zatvora.

Ako jedan svedoči protiv drugog, a drugi odbije da svedoči, onda će onaj koji je svedočio biti pušten iz zatvora na slobodu, a onaj koji je odbio da svedoči biti osuđen na 10 godina zatvora.

Ako obojica odbiju da svedoče biće osuđeni na po 1 godinu zatvora zbog upada na privatan posed.

Problem je 1950. formulisao A.W.Tucker, kanadski matematičar.

Zadatak 1 - Rešenje

Kako razmišlja bandit_1?

(Igra je simetrična pa isto rezonuje i bandit_2)

„Ako pretpostavim da će bandit_2 da svedoči, …“

- „… a ja takođe svedočim, biću osuđen na 5 godina zatvora“.
- „… a ja odbijem da svedočim, biću osuđen na 10 godina zatvora“.

„… dakle, isplativije mi je da **svedočim**“.

„Ako pretpostavim da će bandit_2 da odbije da svedoči, …“

- „… a ja svedočim, biću oslobođen“.
- „… a ja takođe odbijem, biću osuđen na 1 godinu zatvora“.

„… dakle, opet mi je isplativije da **svedočim**“.

Zadatak 1 - Rešenje

Opcija svedočenja je uvek isplativija za bandita_1 (i za bandita_2) od opcije nesvedočenja, pa je reč o *dominantnoj strategiji*.

Dominantna strategija je ona strategija koja igraču daje veći dobitak od svih ostalih njegovih strategija, bez obzira na strategiju koju izabere drugi igrač.

- **Striktno dominantna** – za svaku strategiju drugog igrača daje veći dobitak od svih ostalih strategija prvog igrača
- **Slabo dominantna** – za barem jednu strategiju drugog igrača (ali ne za sve) daje veći dobitak od ostalih strategija prvog igrača, a za ostale strategije drugog igrača ne daje manji dobitak od svih ostalih strategija prvog igrača

Problem? Ukoliko obojica svedoče biće osuđeni na po 5 godina zatvora.

Zadatak 1 - Rešenje

Oba igrača imaju **striktno dominantnu** strategiju pa igra ima **jedinstven *Nash*-ov ekvilibrijum** koji čini profil strategija (svedoči, svedoči). To im donosi očekivani dobitak (-5, -5).

<u>Zašto banditi biraju da svedoče ukoliko bi im opcija da ne svedoče donela po 1 godinu zatvora te bi zajedno bolje prošli?</u>

Zato što odbijanje svedočenja nije racionalna odluka. Banditi su lojalni jedino samome sebi i iz svojih ličnih (sebičnih) motivacija donose odluke koje su vođene najvećim mogućim dobitkom u sopstvenu korist. Odluka da ne svedoče (kooperativna odluka) je neracionalna, jer bi drugi igrač mogao da izda i time nanese veliku štetu prvom igraču (i obrnuto).

U realnosti, ljudi uglavnom imaju tendenciju ka kooperativnom ponašanju.

Zadatak 1 - Rešenje

Ukoliko bi oba igrača izabrala da ne svedoče, obojica bi bili osuđeni na po 1 godinu zatvora i takav ishod ove igre je *Pareto-optimalan ishod*. Čini ga profil strategija (ne svedoči, ne svedoči).

Pareto-optimanal ishod je onaj profil strategija za koji važi da ne postoji nijedan drugi profil strategija za koji bar jedan igrač prolazi bolje, a da ostali igrači ostvare jednak ili veći dobitak (odnosno, da ostalima ne bude gore).

Da li su profili (svedoči, ne svedoči), odnosno (ne svedoči, svedoči) Pareto-optimalni?

Jesu, zato što nije moguće izmeniti profil strategija tako da bar jednom igraču ne bude gore.

Da li je profil (svedoči, svedoči) Pareto-optimalni?

Nije, zato što je moguć prelaz u profil strategija (ne svedoči, ne svedoči).

Koncept Pareto-optimalnosti je osmislio italijanski sociolog V. Pareto.

KOORDINACIONE IGRE

Neke igre imaju jedinstven *Nash*-ov ekvilibrijum i realno je pretpostaviti da će igrači (sa obzirom da su racionalni i vođeni ličnim dobitkom) izabrati strategije koje čine profil koji predstavlja *Nash*-ov ekvilibrijum.

Postoje igre koje imaju više od jednog *Nash*-ovog ekvilibrijuma i takve igre se nazivaju **koordinacionim igrama**. Naziv potiče od činjenice da igrači moraju da usklade (koordiniraju) izbor iste strategije da bi ostvarili cilj. U suprotnom, dobitak im je značajno manji.

U koordinacionim igrama ponekad može biti teško predvideti kako će se racionalni igrači ponašati.

KOORDINACIONE IGRE

Kako da igrači usklade izbor iste strategije?

- Ideja „*ključne tačke*“ – u nekim igrama postoje prirodni razlozi (nije reprezetovano matricom dobitaka) koji navode igrače na izbor određenog *Nash*-ovog ekvilibrijuma. Npr. ukoliko dva automobila idu velikom brzinom jedan drugom u susret, šta će uraditi vozači da se mimoiđu?
- Poznavanjem igrača i njegovih preferenci, kao i njegovog načina razrešavanja konflikta u slučaju oprečnog mišljenja.
- Problem (ne)poverenja i sigurnosti – „*Bolje vrabac u ruci, nego golub na grani*“.

KOORDINACIONE IGRE

Primer balansirane koordinacione igre:

Oba izbora (S, S) i (T, T) za igrače A i B su podjednako dobra za oba igrača, ali bez dodatnih informacija teško je predvideti koji će *Nash*-ov ekvilibrijum izabrati.

A \ B	S	T
S	(1, 1)	(0, 0)
T	(0, 0)	(1, 1)

Primer nebalansirane koordinacione igre:

Iako su profili (S, S) i (T, T) *Nash*-ovi ekvilibrijumi oba igrača će izabrati strategiju T, jer im profil (T, T) daje bolji pojedinačni dobitak.

A \ B	S	T
S	(1, 1)	(0, 0)
T	(0, 0)	(2, 2)

Zadatak 2 – Bitka polova

★☆☆☆☆

Muž i žena žele da provedu veče zajedno i treba da se usaglase da li će ići na fudbal ili balet. Muž preferira fudbal, dok žena preferira balet, ali oboje više vole da provedu vreme zajedno nego sami.

MUŽ \ ŽENA	*FUDBAL*	*BALET*
FUDBAL	(2, 1)	(0, 0)
BALET	(0, 0)	(1, 2)

Zadatak 2 - Rešenje

Koji profili strategija predstavljaju Nash-ov ekvilibrijum?

To su profili (**FUDBAL**, **FUDBAL**) i (**BALET**, **BALET**). U ekvilibrijum profilima nijedan igrač nema želju da promeni svoju strategiju.

Kako predvideti kom ekvilibrijumu će težiti igrači?

To je teško utvrditi bez dodatnog poznavanja preferenci igrača koje nisu predstavljene matricom dobitaka i načina razrešavanja neslaganja između igrača.

Kako da igrači odluče kom ekvilibrijumu će težiti?

Mogu da se dogovore da naizmenično idu na fudbal i balet ili da bacaju novčić (glava-fudbal, pismo-balet, 50-50 šanse).

Koji su profili strategija Pareto optimalni?

To su profili (**FUDBAL**, **FUDBAL**) i (**BALET**, **BALET**).

Zadatak 3 - Lov na jelena

★☆☆☆☆

Dva lovca su odlučili da idu u lov. Ukoliko love zajedno sigurno mogu da ulove jelena, što će im doneti veći ulov. Jedan lovac ne može sam da ulovi jelena, ali može da ulovi zeca, što predstavlja manji ulov nego pola jelena.

LOVAC1 \ LOVAC2	*LOVI JELENA*	*LOVI ZECA*
LOVI JELENA	(4, 4)	(0, 2)
LOVI ZECA	(2, 0)	(2, 2)

Zadatak 3 – Rešenje

Koji profili strategija predstavljaju Nash-ov ekvilibrijum?

To su profili (**JELEN**, **JELEN**) i (**ZEC**, **ZEC**).

Kako predvideti kom ekvilibrijumu će težiti igrači?

Igra liči na nebalansiranu koordinacionu igru, osim što je u slučaju izbora različitih strategija igrač koji je išao na veći dobitak više penalizovan, dok drugi igrač nije penalizovan. Prisutan je „*trade-off*“ između velikog dobitka i mogućnosti nekoordinacije odluka.

Kako da igrači odluče kom ekvilibrijumu će težiti?

Ovde je prisutan problem poverenja. Igrači sa manjkom poverenja u ostale će ići „na sigurno“, odnosno izabrati da love zeca.

Koji su profili strategija Pareto optimalni?

To je profil (**JELEN**, **JELEN**).

Zadatak 4 – Igra kukavica

★★☆☆☆

Dva tinejdžera igraju igru „Kukavice“. Tinejdžeri voze svoje automobile jedan prema drugom i izazivaju jedan drugog da skrenu sa puta kako bi izbegli sudar. Obojica imaju opciju da skrenu ili da nastave pravo. Ukoliko jedan od njih skrene, a drugi nastavi pravo, prvi će biti proglašen kukavicom, a drugi će osvojiti poštovanje. Ukoliko obojica skrenu, dele titulu kukavice pa je sramota manja nego u slučaju da samo jedan skrene. Ukoliko obojica nastave pravo sudariće se i napraviti totalnu štetu.

VOZAČ1 \ VOZAČ2	*PRAVO*	*SKRENI*
PRAVO	(0, 0)	(5, 1)
SKRENI	(1, 5)	(3, 3)

Zadatak 4 – Rešenje

Koji profili strategija predstavljaju Nash-ov ekvilibrijum?

To su profili (**PRAVO**, **SKRENI**) i (**SKRENI**, **PRAVO**).

Kako predvideti kom ekvilibrijumu će težiti igrači?

Nash-ovi ekvilibrijumi nam mogu pomoći da suzimo izbor mogućih profila strategija, ali bez dodatnih informacija ne možemo predvideti ishod igre.

Kako da igrači odluče kom ekvilibrijumu će težiti?

Za razliku od prethodnih koordinacionih igara, ova igra je **nekordinaciona** (ekvilibrijumi su parovi različitih strategija). Ukoliko bi igrači mogli da se dogovore kojem ekvilibrijumu će težiti onda uopšte ne bi bilo potrebe da igraju ovu igru.

Koji su profili strategija Pareto optimalni?

To su profili (**SKRENI**, **PRAVO**), (**PRAVO**, **SKRENI**) i (**SKRENI**, **SKRENI**).

Zadatak 4 - Rešenje

Šta je onda rešenje?

Uvesti randomizaciju, što znači da igrač ne bira neku od svojih čistih strategija već verovatnoću sa kojom će igrati određenu čistu strategiju (mešovite strategije). Ukoliko strategiju **PRAVO** igra sa verovatnoćom *p*, onda strategiju **SKRENI** igra sa verovatnoćom (*1 – p*), gde je *p* realan broj *[0, 1]*.

Koliki je dobitak prvog igrača ukoliko drugi igrač igra PRAVO sa verovatnoćom q, a SKRENI sa (1 - q)?

Ukoliko prvi igrač igra **PRAVO** njegov dobitak je ***0*q + 5*(1-q).***

Ukoliko prvi igrač igra **SKRENI** njegov dobitak je ***1*q + 3*(1-q).***

Zadatak 4 – Rešenje

Šta bi bio odgovor prvog igrača ukoliko q iznosi 0.1?

Onda možemo izračunati dobitke prvog igrača.

Dobitak za **PRAVO**: $0*0.1 + 5*(1-0.1) = 4.5$

Dobitak za **SKRENI**: $1*0.1 + 3*(1-0.1) = 2.8$

Odgovor prvog igrača bi bio da izabere strategiju **PRAVO**, jer mu ta strategija donosi veći dobitak.

Kako da drugi igrač izabere verovatnoću q?

Ne sme da važi da je dobitak prvog igrača veći primenom jedne od čistih strategija, jer bi onda prvi igrač izabrao tu čistu strategiju koja mu donosi veći dobitak.

Zadatak 4 – Rešenje

To znači da mora da važi:

$$0*q + 5*(1-q) = 1*q + 3*(1-q)$$

$5 - 5q = q + 3 - 3q$, tj. $2 = 3q$, odnosno $q = 2/3$

Strategija (2/3 **PRAVO**, 1/3 **SKRENI**) drugog igrača je najbolji odgovor na bilo koju strategiju prvog igrača. Time drugi igrač čini prvog igrača **indiferentim** u izboru svoje strategije.

Prvom igraču je svejedno koju će strategiju izabrati i njegov očekivani dobitak je isti.

Dobitak za **PRAVO**: $0*2/3 + 5*(1-2/3) = 5/3$

Dobitak za **SKRENI**: $1*2/3 + 3*(1-2/3) = 5/3$

Zadatak 4 – Rešenje

Pošto je situacija simetrična i iz ugla prvog igrača, analogno se dobijia da je ***p = 2/3***, odnosno mešovita strategija prvog igrača je (2/3 **PRAVO**, 1/3 **SKRENI**).

<u>Zašto bi prvi igrač igrao gorepomenutu mešovitu strategiju?</u>

Oba igrača su racionalna i razmišljaju na sledeći način: ukoliko bi drugi igrač igrao PRAVO sa verovatnoćom većom od 2/3, onda bi prvi igrač igrao čistu strategiju SKRENI, jer mu ona donosi veću dobit. U tom slučaju drugi igrač neće igrati PRAVO sa verovatnoćom većom od 2/3. Slično važi i za PRAVO sa verovatnoćom manjom od 2/3 (u tom slučaju bi onaj drugi igrao čistu strategiju PRAVO).

Zadatak 4 – Rešenje

Izborom mešovite strategije (2/3 PRAVO, 1/3 SKRENI) i jedan i drugi igrač su indiferentni u izboru svojih čistih strategija i nijedan igrač ne može da bude eksploatisan od strane drugog igrača. Pošto ova mešovita strategija predstavlja najbolji odgovor jednog igrača na odluke onog drugog, onda ovaj profil strategija čini **mešoviti *Nash*-ov ekvilibrijum**.

Ovako postavljena igra ima dva čista i jedan mešoviti *Nash*-ov ekvilibrijum.

Postoje igre koje nemaju nijedan čisti *Nash*-ov ekvilibrijum (glava-pismo). Da li to znači da neke igre nemaju *Nash*-ov ekvilibrijum?
Ne. Svaka igra sa konačnim brojem igrača i čistih strategija ima Nash-ov ekvilibrijum, barem mešoviti.

Zadatak 4 - Rešenje

★★☆☆☆

Uzimajući u obzir dobijene verovatnoće, matrica verovatnoća igranja određenog profila strategija data je u nastavku.

VOZAČ1 \ VOZAČ2	*PRAVO (2/3)*	*SKRENI (1/3)*
PRAVO (2/3)	2/3 * 2/3 = 4/9	2/3 * 1/3 = 2/9
SKRENI (1/3)	1/3 * 2/3 = 2/9	1/3 * 1/3 = 1/9

Dobitak prvog igrača je: 4/9 * **0** + 2/9 * **5** + 2/9 * **1** + 1/9 * **3** = 15/9.

Isti dobitak se dobija i za drugog igrača.

ZADATAK ZA SAMOSTALAN RAD - Novčić

Glava-pismo je igra u kojoj dva igrača drže po jedan novčić u ruci i simultano otkrivaju da li su pokazali glavu ili pismo svog novčića. Prvi igrač je pobednik ukoliko su otkrivene iste strane novčića, a drugi igrač ukoliko su otkrivene različite strane novčića.

I1 \ I2	G	P
G	(+1, -1)	(-1, +1)
P	(-1, +1)	(+1, -1)

ZADATAK ZA SAMOSTALAN RAD - Rešenje

Da li postoje dominantne strategije za svakog od igrača?

Ne postoje ni striktno ni slabo dominantne strategije.

Da li postoji profil koji čine čiste strategije i koji predstavlja Nash-ov ekvilibrijum?

Ne postoji čist Nash-ov ekvilibrijum, jer za svaki od 4 profila strategija postoji inicijativa da jedan od igrača ne ostane u tom profilu pošto na raspolaganju ima bolju strategiju. Npr. za profil (**G**, **G**) drugi igrač ima strategiju P koja mu donosi +1.

Da li postoji mešoviti Nash-ov ekvilibrijum?

Postoji i to je profil strategija [(**½ G**, **½ P**), (**½ G**, **½ P**)].

ZADATAK ZA SAMOSTALAN RAD - Ulog

Dva drugara, Miša i Pera, igraju igru ulaganja. Svako od njih ima tri izbora: da uloži 0, 1 ili 2 novčića. Broj novčića koji uvek mogu da osvoje je 10. Igrač koji više uloži osvaja sve novčiće. Ukoliko igrači ulože isti iznos onda dele nagradu. Konačan dobitak za svakog igrača određen je kao razlika dobitka i uloga i izražen je, u zavisnosti od njihovih izbora, u vidu Payoff matrice koja je data u nastavku (prva vrednost je za Mišu, druga za Peru):

MIŠA \ PERA	0	1	2
0	(5, 5)	(0, 9)	(0, 8)
1	(9, 0)	(4, 4)	(-1, 8)
2	(8, 0)	(8, -1)	(3, 3)

ZADATAK ZA SAMOSTALAN RAD - Rešenje

Da li postoje dominantne strategije za svakog od igrača?

Ne postoje ni striktno ni slabo dominantne strategije.

Da li postoji profil koji čine čiste strategije i koji predstavlja Nash-ov ekvilibrijum?

To je profil (**2**, **2**) i očekivani dobitak za svakog igrača je 3.

Da li postoje Pareto optimalni profili strategija i koji?

Postoje i to su profili:
(**0**, **0**), gde je očekivani dobitak po 5 za svakog igrača
(**0**, **1**), gde je očekivani dobitak 0 za prvog, 9 za drugog igrača
(**1**, **0**), gde je očekivani dobitak 9 za prvog, 0 za drugog igrača

ZADATAK ZA SAMOSTALAN RAD - Rešenje

Zašto profil (1, 1) nije Pareto-optimalan?

Zato što se iz njega može preći u profil (**0**, **0**) koji je bolji za oba igrača, jer im uvećava dobitak za po 1.

Da li postoji mešoviti Nash-ov ekvilibrijum u kome su zastupljene sve čiste strategije?

Neka Pera igra strategije 0, 1 i 2 sa verovatnoćama p, q, 1-p-q. Tada je očekivani dobitak Miše za strategije 0, 1 i 2 redom:

$$0:\ 5*p + 0*q + 0*(1-p-q) = 5p$$

$$1:\ 9*p + 4*q - 1*(1-p-q) = 10p + 5q - 1$$

$$2:\ 8*p + 8*q + 3*(1-p-q) = 5p + 5q + 3$$

ZADATAK ZA SAMOSTALAN RAD - Rešenje

Da bi Pera učinio Mišu indiferentnim prema izboru svojih čistih strategija mora da važi:

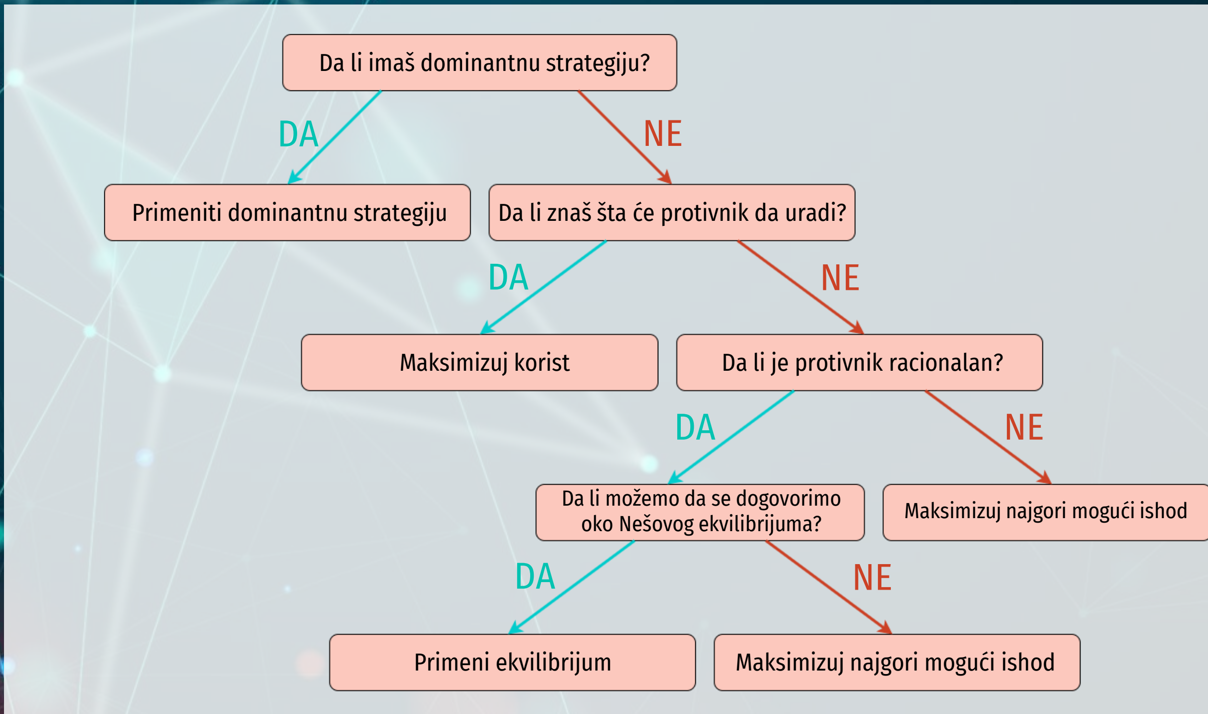
$$5p = 10p + 5q - 1 = 5p + 5q + 3$$

Iz jednačine $5p = 5p + 5q + 3$ dobijamo da je **q = -3/5**, što nije moguće te ne postoji mešoviti *Nash*-ov ekvilibrijum u kome su zastupljene sve čiste strategije.

<u>Ukoliko Miša ne zna šta će Pera da uradi, a zna da Pera nije racionalan igrač, koju će strategiju izabrati i zašto?</u>

Pošto zna da Pera nije racionalan, Miša će gledati da maksimizuje najgori mogući lični ishod i izabrati strategiju 2.

RACIONALNO DONOŠENJE ODLUKA



PITANJA?

http://ri4es.etf.rs/