

Inteligentni sistemi

RAD U NEIZVESNOM OKRUŽENJU

NEIZVESNO OKRUŽENJE

Tipovi neizvesnosti mogu biti:

- nepotpuno, neizvesno znanje (heurističko znanje nekog aspekta domena) – na primer, ekspert može da zna samo da izvestan skup pojava, činjenica, podrazumeva neki zaključak;
- neizvesni podaci – ako je i siguran u znanje, može da bude neizvesnosti u podatke koji opisuju spoljno okruženje (uzrok iz opažanja pojave);
- nepotpuna informacija – donošenje odluke na osnovu nepotpunih informacija;
- slučajnost – neke oblasti su po prirodi slučajne – iako je znanje i informacije potpune, a znanje sigurno, domen poseduje stohastička svojstva

NEIZVESNO OKRUŽENJE

- Rezonovanje zasnovano na predikatskoj logici je poželjno zbog svoje preciznosti i strogosti izvođenja
- Izvedena istina ne dovodi do kontradikcije, ako ona ne postoji unutar aksioma
- Karakteristika predikatske logike je monotono rezonovanje
- Broj informacija koje su poznate u bilo kom trenutku vremena se stalno povećava, nikad ne smanjuje
- Postoje problemi u kojima se ova logika ne može primeniti:
 - raspoložive informacije često nepotpune ili nesigurne
 - uslovi se menjaju tokom vremena
 - postoji često potreba da se učine efikasne, ali moguće neispravne odluke kada se se dođe u ćorsokak

Nemonotono rezonovanje

- Uvodi se probno poverenje koje se zasniva na implicitnim pretpostavkama koje se usvajaju u odsustvu suprotnih činjenica
- Let avionom - putnik ima poverenje u pilota, ako nema suprotnih činjenica
- Nemonotono rezonovanje je praćeno skupom probnih poverenja i revidira neka poverenja kada se dođe do novih saznanja.
- Ovo rezonovanje uključuje:
 - premise - koje su uvek tačne, kao ranije posmatrane aksiome,
 - probna poverenja - koja mogu potencijalno da budu netačne, jer proizilaze iz pretpostavki,
 - zapis zavisnosti - poverenje i njegovo opravdanje: činjenica, druga poverenja i zaključci, koji su korišćeni da se proizvede dato probno poverenje

TMS

- **Truth Maintenance System - TMS - sistem za održavanje istinitosti**
- TMS radi kao sistem za upravljanje bazom znanja
- Poziva se svaki put kada sistem rezonovanja generiše novi zaključak.
- Primenjujući reviziju poverenja, preuzima akcije za modifikaciju zavisnih poverenja da bi održao konzistentnost baze znanja.
- Ovaj sistem ima pasivnu ulogu
- Nikada ne inicira generisanje novih zaključaka
- Uloga TMS-a je održavanje interne konzistentnosti stavova korišćenih od strane drugih programa

TMS

- U TMS-u stav ili pravilo se naziva čvor.
- Čvor se može nalaziti
 - u stanju IN koji znači da se veruje da je tvrđenje u njemu istinito
 - U stanju OUT, kada se ne veruje da je to tvrđenje istinito, jer nema potvrdnih dokaza, ili ako nijedan od potencijalnih dokaza trenutno nije istinit.
- Za svaki čvor u IN stanju TMS vodi zapis o dobro zasnovanoj podršci
- Informacije o valjanosti čvora, polazeći od sistemskih činjenica i opravdanja

TMS

- Uz svaki čvor pridružena je i lista opravdanja ili pretpostavki.
- Čvor je u stanju IN ako je bar jedna od odgovarajućih pretpostavki trenutno važeća
- Čvor je u stanju OUT, ako nijedna od njegovih pretpostavki trenutno ne važi
- Pretpostavke su druga tvrđenja, t.j. drugi čvorovi u bazi znanja.
- TMS vodi računa o međuzavisnosti pojedinih čvorova i na osnovu takvih informacija u stanju je da održi konzistentnost baze znanja.

TMS

- U okviru TMS sistema se može formirati i posebna vrsta čvora – kontradikcija
- Ovaj čvor predstavlja nekonzistentnost skupa verovanja koji su uneti kao argumenti za određeni čvor
- TMS prepoznaje skup čvorova koji su bazirani na čvorovima koji su promenili svoje vrednosti
- Tada se sprovodi proces koji analizira argumente u čvoru kontradikcija
- Kontradikcija se može ukloniti lociranjem i brisanjem pretpostavki u pretpostavkama

TMS

- Sistemi za održavanje istinitosti takođe daju mehanizam za generisanje objašnjenja
- Tehnički, objašnjenje rečenice P je skup rečenica E takvih da E izvodi P
- Ako se za rečenice u E već zna da su istinite, onda je E osnov da mora važiti P
- Ali objašnjenje uključuje i pretpostavke – ne zna se da li su tačne, ali su dovoljne da se dokaže P

TMS

- Današnji algoritmi koji se koriste za realizaciju TMS sistema su komplikovani
- Računska složenost problema održavanja istinitosti je NP-teška
- Ali kada se koristi pažljivo može dati značajno povećanje sposobnosti logičkog sistema da tretira složena okruženja

TMS

- Nayak i Williams (NASA) su predstavili svoje efikasno unapređenje – ITMS
- Inkrementalnom verzijom omogućava izvodljivost planiranja operacija svemirskog broda u realnom vremenu
- ITMS optimizuje promenu konteksta
- Koristi algoritme zasnovane na propagaciji brojeva i propagaciji konflikta
- Dobijeni rezultat je da sistem propagira posledice novodobijenih članova pre nego što se drugi članovi obrišu, omogućavajući da se ove posledice mogu koristiti kao podrška drugih članova

REZONOVANJE NA OSNOVU FAKTORA IZVESNOST

- Model faktora izvesnosti bio je najpre razvijen u ekspertskom sistemu Mycin, MIT.
- Pomoću njega se kvantifikuje stepen poverenja u neki zaključak (hipotezu) na osnovu datog skupa događaja, pojava, činjenica, opažanja.
- Definišu se dva pojma **MB(h,e)** i **MD(h,e)**, koja predstavljaju subjektivne verovatnoće.
- Umesto tradicionalnih metoda verovatnoće, teško da se tačno procene - Bayes'ovo pravilo

REZONOVANJE NA OSNOVU FAKTORA IZVESNOST

- Svakom pravilu u sistemu se dodeljuje faktor izvesnosti koji se zasniva na ekspertskoj proceni i intuiciji - CF i komponenta faktora izvesnosti.
- Pravila moraju da budu tako strukturirana da bilo koje pravilo doprinosi poverenju ili nepoverenju u dati zaključak.
- Komponenta faktora izvesnosti se dobija na sledeći način:
$$CF_{comp}(h,e) = MB_{comp}(h,e) - MD_{comp}(h,e)$$
- Izračunavanje kumulativnog faktora izvesnosti je potrebno kada ima više pravila koja doprinose za ili protiv zaključka
- Moraju se računati kumulativne vrednosti i za MB i MD.

REZONOVANJE NA OSNOVU FAKTORA IZVESNOST

- Najpre se MB i MD inicijalizuju na nulu, a zatim se inkrementalno uključuju efekti svakog primenjivanog pravila
- Svaki put kada se razmatra dodatno pravilo, izračunavaju se nove vrednosti za MB i MD na osnovu efekta novog pravila uz postojeće vrednosti.
- Kombinovanje se može izvesti na osnovu ograničenja da je skup opažanja koji postoji međusobno nezavisan
- Ako su međusobno zavisni, tada se moraju desiti u istom pravilu
- Elementi posmatranja su s_1 , koji može da predstavlja skup pravila čije je kumulativno dejstvo ranije razmatrano, i s_2 , koji predstavlja novo pravilo čije efekte treba dodati na postojeće kumulativno poverenje

REZONOVANJE NA OSNOVU FAKTORA IZVESNOST

- Ako postoji neizvesnost u pogledu uslova, tada CF koje je pridruženo pravilu nije u potpunosti primenjivo, pa se CF mora revidirati.
- Izračunavanje se zasniva na CF koje opisuje stepen poverenja u zahtevane uslove, t.j. opažanja za pravilo:
 - Postoji manje ukupno poverenje u opažanje kada se ono dostavlja sistemu. Na primer, opažanje je zaključak testa sa pomešanim rezultatima.
 - Opažanje je zaključak koji je proizašao iz izvršavanja drugog pravila sa nekim CF.

REZONOVANJE NA OSNOVU FAKTORA IZVESNOST

1. Opseg vrednosti parametara su:

$$0 \leq MB(h,e) \leq 1$$

$$0 \leq MD(h,e) \leq 1$$

$$-1 \leq CF(h,e) \leq 1$$

2. Ako se radi o uzajamno isključivim hipotezama, tada je:

$$P(h/e)=1: MB(h,e)=1, MD(h,e)=0, CF(h,e)=1,$$

$$P(\sim h/e)=1: MB(h,e)=0, MD(h,e)=1, CF(h,e)=-1$$

REZONOVANJE NA OSNOVU FAKTORA IZVESNOST

3. Ako postoji odsustvo opažanja:

$MB(h,e)=0$ – ako e ne potvrđuje h ,

$MD(h,e)=0$ – ako e ne osporava h ,

$CF(h,e)=0$ – ako e niti ne potvrđuje niti
osporava h

REZONOVANJE NA OSNOVU FAKTORA IZVESNOST

Za kumulativni faktor izvesnosti:

$$CF(h,eh) = MB(h,ez) - MD(h,ep)$$

važi:

- h – hipoteza koja se posmatra,
- eh – sva opažanja vezana za hipotezu h koja su uzeta u obzir do posmatranog trenutka,
- $CF(h,eh)$ – kumulativni faktor izvesnosti za zaključak (hipotezu) h uz data opažanja eh ,
- ez – opažanja koja podržavaju h ,
- ep – opažanja koja osporavaju h ,
- $MB(h,ez)$ – kumulativna mera poverenja u h na bazi ez ,
- $MD(h,ep)$ – kumulativna mera nepoverenja u h na bazi ep .

REZONOVANJE NA OSNOVU FAKTORA IZVESNOST

- Za kumulativni faktor izvesnosti mogu se izvesti sledeći zaključci:

1. Ako postoje dva izvora opažanja definiše se inkrementalno poverenje:

$$MB(h, e1 \wedge e2) = 0 \text{ ako je } MD(h, e1 \wedge e2) = 1,$$

$$MB(h, e1 \wedge e2) = MB(h, e1) + MB(h, e2)(1 - MB(h, e1))$$

2. U slučaju konjunkcije zaključaka, odnosno hipoteza:

$$MB(h1 \wedge h2, e) = \min(MB(h1, e), MB(h2, e))$$

$$MD(h1 \wedge h2, e) = \max(MD(h1, e), MD(h2, e))$$

REZONOVANJE NA OSNOVU FAKTORA IZVESNOST

3. U slučaju disjunkcije zaključaka, odnosno hipoteza:

$$MB(h_1 \vee h_2, e) = \max(MB(h_1, e), MB(h_2, e))$$

$$MD(h_1 \vee h_2, e) = \min(MD(h_1, e), MD(h_2, e))$$

4. Jačina opažanja:

$$MB(h, e) = MB'(h, e) * \max(0, CF(e, ea))$$

$$MD(h, e) = MD'(h, e) * \max(0, CF(e, ea))$$

gde važi

$MB'(h, e)$ - MB (zaključka), pri potpunom poverenju u e ,

$CF(e, ea)$ – stvarno poverenje u e ustanovljeno prethodnim opažanjem ea

REZONOVANJE NA OSNOVU FAKTORA IZVESNOST - primer

- Pregledom automobila ustanovljeno je sledeće:
 - 1.problem zahteva hitnu popravku (izvesnost 0.8)
 - 2.kvar je na električnoj instalaciji (0.6)
 - 3.postoji kratak spoj na instalaciji (0.4)
 - 4.kvar je u računaru za kontrolu ubrizgavanja (0.2)
- Odrediti faktor izvesnosti zaključka: kvar je u električnoj instalaciji i potrebno ga je hitno popraviti i problem je kratak spoj ili kvar računara ako postoji opažanje e.

REZONOVANJE NA OSNOVU FAKTORA IZVESNOST - primer

- $MB(h2 \wedge h1 \wedge (h3 \vee h4)) = \min(MB(h2), MB(h1), \max[MB(h3), MB(h4)]) =$
 $= \min(0.6, 0.8, \max[0.4, 0.2])$
 $= 0.4$
- $MD(h2 \wedge h1 \wedge (h3 \vee h4)) = 0$ jer su mere nepoverenja u pretpostavke jednake 0.
- Faktor izvesnosti zaključka je:
 $CF(z) = MB(z) - MD(z) = MB(z) = 0.4.$

REZONOVANJE NA OSNOVU FAKTORA IZVESNOST - primer

- Data su sledeća pravila iz ekspertskog sistema za dijagnozu električnih problema:
- Pravilo 1: IF
postoji izveštaj o sistemskoj grešci i matična ploča je prikazala nedozvoljeni napon
THEN
(0,7) postoji problem u napajanju matične ploče
- Pravilo 2: IF
postoji problem u napajanju matične ploče, CPU port je zatvoren, i napon na ulazu u CPU je manji od 4,5V
THEN
(0,9) napajanje CPU je otkazao
- Pravilo 3: IF
CPU ne odgovara na komande i postoji izveštaj o sistemskoj grešci
THEN
(0,4) CPU port je zatvoren
- Pravilo 4: IF
postoji izveštaj o sistemskoj grešci i matična ploča je izvor greške
THEN
(0,6) postoji problem u napajanju matične ploče

REZONOVANJE NA OSNOVU FAKTORA IZVESNOST - primer

Takođe, data su sledeća opažanja, od kojih je svako poznato sa potpunom izvesnošću:

- e1 – postoji izveštaj o sistemskoj grešci,
- e2 – CPU ne odgovara na komande,
- e3 – napon na ulazu u CPU je 3,8V,
- e4 – matična ploča je izvor greške.

Naći faktor izvesnosti sa kojim se može zaključiti da je otkazalo CPU napajanje

REZONOVANJE NA OSNOVU FAKTORA IZVESNOST - primer

- Na osnovu ranije donetih zaključaka sledi

$$MB(Cf, c1 \wedge c2 \wedge c3) = MB'(Cf, c1 \wedge c2 \wedge c3) * \max(0, CF(c1 \wedge c2 \wedge c3, ep))$$

gde je

- Cf – faktor izvesnosti da je otkazalo CPU napajanje,
- c1 – postoji problem u napajanju matične ploče,
- c2 – CPU port je zatvoren,
- c3 – napon na ulazu u CPU je manji od 4,5V

REZONOVANJE NA OSNOVU FAKTORA IZVESNOST - primer

- za c1:
- (1) $CF_{c1} = 0,7$ $MB_{c1} = 0,7$
- (4) $CF_{c1} = 0,88$ $MB_{c1} = 0,7 + 0,6(1-0,7)$
 $= 0,88$
- Za c2:
- (3) $CF_{c2} = 0,4$ $MB_{c2} = 0,4$
- Za c3:
- $CF_{c3} = 1,0$ $MB_{c3} = 1$

REZONOVANJE NA OSNOVU FAKTORA IZVESNOST - primer

- $MB'(Cf, c1 \wedge c2 \wedge c3) = 0,9$
- $CF(c1 \wedge c2 \wedge c3, ep) = \min(CF(c1, ep), CF(c2, ep), CF(c3, ep)) = \min(0,88, 0,4, 1,0) = 0,4$
- $MB(Cf, c1 \wedge c2 \wedge c3) = 0,9 * \max(0, 0,4) = 0,36$
- $CF(Cf, c1 \wedge c2 \wedge c3) = MB(Cf, c1 \wedge c2 \wedge c3) - MD(Cf, c1 \wedge c2 \wedge c3) = 0,36 - 0 = 0,36$

Bajesovo rezonovanje

- Bajes (Thomas Bayes) - račun verovatnoće je najvažniji instrument za razumevanje i predstavljanje načina razmišljanja i zaključivanja ljudi
- Omogućava predstavljanje znanja i rezonovanje u prisustvu neizvesnosti
- Bajesove mreže nastale su osamdesetih godina
- Koriste se za predstavljanje uzročno-posledičnih odnosa između događaja

Račun verovatnoće

- Račun verovatnoće se koristi da se predstavi neodređenost i neizvesnost događaja
- Verovatnoća nekog događaja A , u oznaci $P(A)$, predstavlja stepen verovanja da će se taj događaj desiti
- Uslovna verovatnoća predstavlja verovatnoću da će se neki događaj desiti, pod uslovom da se neki drugi događaj desio
 - Neka su dati događaji A i B , i neka je poznato da se događaj B desio - uslovna verovatnoća događaja A , pod uslovom da se desio događaj B , označava se sa $P(A|B)$
 - Označava se i kao aposteriorna verovatnoća događaja A
- Ukoliko je uslovna verovatnoća događaja A , pod uslovom da se desio događaj B , jednaka verovatnoći događaja A , u oznaci $P(A|B) = P(A)$, onda kažemo da su događaji A i B nezavisni

Bajesova teorema

- U XVIII veku formulisao engleski naučnik Tomas Bajes
- Neka uzajamno isključivi događaji H_1, H_2, \dots, H_n čine potpun sistem hipoteza u odnosu na događaj B i neka je $P(B) \neq 0$.
- Tada za svako $j = 1, \dots, n$ važi:

$$P(H_j|B) = \frac{P(B|H_j) \cdot P(H_j)}{P(B)}$$

- Moguće je izračunati aposteriorne verovatnoće i ažurirati verovanja u događaje, u prisustvu novih dokaza o tome da su se neki događaji desili.

Bajesove mreže

- Bajesove mreže su grafički model koji nam omogućava da prikazemo rasudjivanje u prisustvu neizvesnosti
- Predstavljaju se usmerenim acikličnim grafovima (directed acyclic graph)
- Njihova struktura je pogodna za kombinovanje početnog znanja o verovatnoćama događaja i kasnijih dokaza o tome da se neki događaj desio.

Bajesove mreže

- Čvorovi grafa predstavljeni su skupom slučajno promenljivih
- Svaka slučajno promenljiva reprezentuje neki neizvesni događaj
- Skup mogućih događaja, od kojih će se jedan desiti, preslikava se na stanja slučajno promenljive
- Skup stanja slučajno promenljive predstavlja njen domen
- U opštem slučaju, slučajno promenljive mogu biti diskretne ili kontinualne
- Najčešće kontinualnu slučajno promenljivu moguće je diskretizovati

Bajesove mreže

- Slučajno promenljivu, tj. čvor grafa, označava se sa X_i
- Njen skup mogućih vrednosti sa x_i
- Skup svih slučajno promenljivih grafa označava se sa X
- Usmerene veze u grafu koje povezuju parove čvorova grafa reprezentuju zavisnost izmedju slučajno promenljivih koje ti čvorovi predstavljaju
- Funkcija uslovne verovatnoće koja se odnosi na par povezanih čvorova određuje snagu te zavisnosti
- Sme postojati najviše jedna direktna veza izmedju svakog para čvorova u grafu.

Bajesove mreže

- Ako u grafu postoji usmerena veza od čvora X_i ka čvoru X_j - X_i roditelj čvora X_j , X_j dete X_i
- Potomak čvora X_i - svaki čvor do kojeg se usmerenim putevima može doći od X_i
- Predak čvora X_j - svaki čvor do kojeg se usmerenim putevima može doći do X_j
- Struktura acikličnog grafa garantuje da ne može postojati čvor koji je sam sebi predak i potomak.

Bajesove mreže

- Dogadjaji od interesa koji se posmatraju – čvorovi grafa
- Za svaki od čvorova moramo odrediti njegov domen (skup mogućih stanja)
- Moguća stanja moraju biti medjusobno isključiva i pokrivati sve moguće vrednosti
- Dva čvora treba da budu direktno povezana ako jedan uzrokuje drugi, sa strelicom koja predstavlja smer zavisnosti

Veze u grafu

- Kvantifikovati veze između povezanih čvorova.
- Specificiranjem uslovnih verovatnoća za svaku vezu
- Tako se formiraju tabele uslovnih verovatnoća čvorova
- Za svaki čvor dete posmatraju se sve moguće kombinacije vrednosti njegovih roditelja
- Za svaku od tih kombinacija se definišu verovatnoće da će čvor dete uzeti svaku od mogućih vrednosti
- Čvorovi bez roditelja takodje imaju tabelu uslovnih verovatnoća, koja predstavlja verovatnoću da će čvor uzeti svaku od svojih mogućih vrednosti.

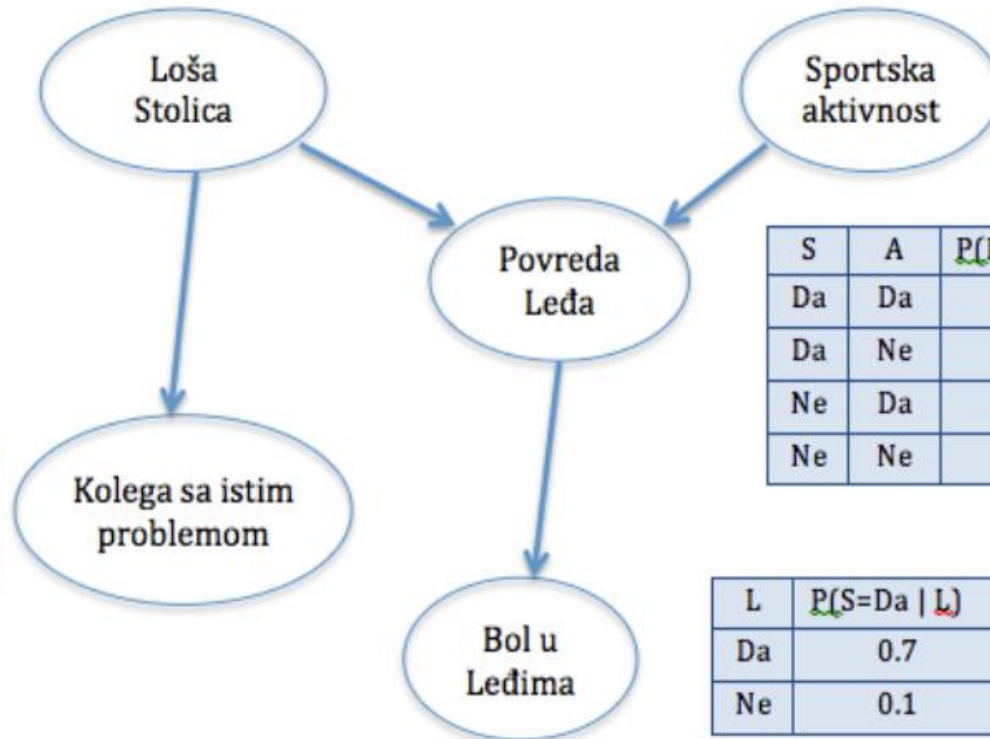
Veze u grafu

- Da bi Bajesova mreža bila ispravna, svojstvo Markova:
 - ne postoje direktne zavisnosti u sistemu koji se modeluje, a koje već nisu eksplicitno prikazane postojećim vezama u grafu
 - svaki čvor je direktno zavistan samo od svojih roditelja.
- U opštem slučaju, moguće je postići tako što svaki sistem predstavimo potpuno povezanim grafom
- Za nepotrebne veze - uslovna verovatnoća sa vrednošću 0
- Ovakvim postupkom bi nastajali jako veliki i kompleksni modeli
- Stoga se uvek teži minimalnom mogućem modelu (grafu sa minimalnim brojem čvorova i grana)

Primer Bajesove mreže

$P(S=Da)$	$P(S=Ne)$
0.2	0.8

$P(A=Da)$	$P(A=Ne)$
0.02	0.98



S	A	$P(L=Da S,A)$	$P(L=Ne S,A)$
Da	Da	0.9	0.1
Da	Ne	0.2	0.8
Ne	Da	0.9	0.1
Ne	Ne	0.01	0.99

L	$P(S=Da L)$	$P(S=Ne L)$
Da	0.7	0.3
Ne	0.1	0.9

S	$P(K=Da S)$	$P(S=Ne S)$
Da	0.9	0.1
Ne	0.01	0.99

Rasudjivanje

- Rasudjivanje se obavlja razmenom informacija kroz graf
- Veze predstavljaju usmerene uzročne odnose, prilikom rasudjivanja, informacije kroz graf propagiraju u svim pravcima
 - Tok informacija nije vezan za smer veza
 - Informacije putuju od čvora roditelja ka čvoru detetu, kao i od čvora deteta ka čvoru roditelju
- Zadatak Bajesove mreže postaje izračunavanje aposteriorne verovatnoće čvorova, odnosno slučajno promenljivih
- Uzimaju se u obzir dokazi o vrednostima nekih čvorova koji se posmatraju
- U svakom trenutku, u slučaju dobijanja novih dokaza, moguće je iznova izračunati aposteriorne verovatnoće

Objedinjena raspodela verovatnoće

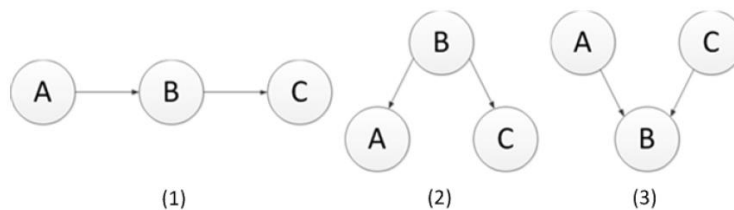
- Mreža sadrži n čvorova, X_1 do X_n
- Verovatnoća da čvor X_1 uzme vrednost x_1 ,
... , čvor X_n uzme vrednost x_n –
 $P(X_1=x_1; X_2=x_2; \dots ; X_n=x_n)$ ili $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$
- Na osnovu pravila lanca (chain rule):

$$\begin{aligned} P(x_1, x_2, \dots, x_n) &= P(x_1) * P(x_2|x_1) * \dots * P(x_n|x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) \\ &= \prod_i P(x_i|x_1, x_2, \dots, x_{i-1}) \end{aligned}$$

$$P(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_i P(x_i|Parents(X_i))$$

Povezanost čvorova

- Čvorovi u Bajesovoj mreži mogu biti međusobno zavisni ili nezavisni
- Uslovna (ne)zavisnost - da li će znanje o vrednosti nekog čvora blokirati informacije o međusobnoj relevantnosti druga dva čvora
- Varijante povezanosti čvorova:
 - (1) serijska veza
 - (2) zajednički uzročnik
 - (3) zajednički efekat.



Serijska veza

- A uzrokuje B, koje zatim uzrokuje C.
- Uzročni lanac izaziva uslovnu nezavisnost čvorova:

$$P(C|A \wedge B) = P(C|B)$$

- Aposteriorna verovatnoća čvora C, u slučaju da postoji dokaz za B, ista je kao i verovatnoća čvora C kada su dati A i B
- Kako važi i $P(A|B \wedge C) = P(A|B)$ – čvorovi A i C su medjusobno nezavisni, u slučaju da postoji dokaz za cvor B
- Ukoliko ne postoji dokaz za čvor B, čvor C će biti zavisn od čvora A - A i C su medjusobno zavisni

Zajednički uzročnik

- B je zajednički uzročnik čvorova A i C
- $P(C|A \wedge B) = P(C|B)$ i $P(A|B \wedge C) = P(A|B)$
- Aposteriorna verovatnoća čvora C je, u slučaju da postoji dokaz za B, ista kao i verovatnoća C kada su dati A i B
- Aposteriorna verovatnoća čvora A, u slučaju da postoji dokaz za B, ista kao i verovatnoća A kada su dati B i C
- Čvorovi A i C su međusobno nezavisni, u slučaju da postoji dokaz za čvor B.

Zajednički efekat

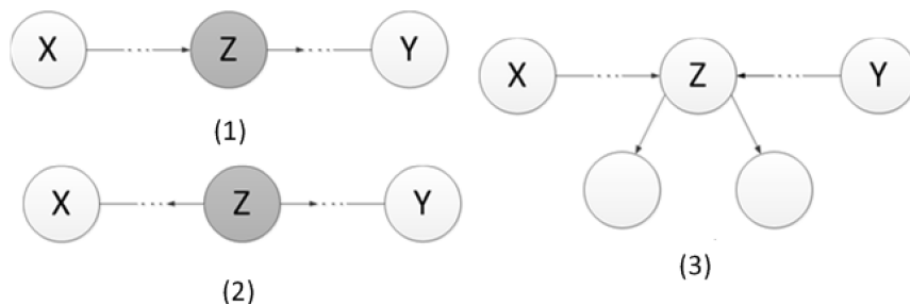
- Čvorovi A i C uzročnici čvora B
- $P(A|C \wedge B) \neq P(A|B)$
- Aposteriorna verovatnoća čvora A, u slučaju da postoji dokaz za B, različita od aposteriorne verovatnoće čvora A kada su dati B i C
- Čvorovi A i C su medjusobno zavisni, u slučaju da postoji dokaz za čvor B
- Ukoliko ne postoji dokaz za čvor B, čvorovi A i C će biti medjusobno nezavisni

Pojam puta

- Medjusobne uslovne zavisnosti čvorova moguće je primeniti i na grupe čvorova
- Moguće je utvrditi da li je skup čvorova X uslovno nezavisan od drugog skupa čvorova Y znajući dokaze za skup čvorova E
- Neusmeren put između dva skupa čvorova X i Y je sekvenca čvorova između bilo kog člana skupa X i bilo kog člana skupa Y
- Takav da je svaki par susednih čvorova povezan vezom (bez obzira na njen smer)
- Nijedan čvor se ne pojavljuje na putu dva puta

Blokiran put

- Dat skup dokaza E - staza je blokirana ako postoji čvor Z na putu i neki od uslova:
 - čvor Z je u skupu čvorova E i Z ima jednu vezu na putu koja vodi u njega i jednu koja vodi iz njega
 - čvor Z je u skupu čvorova E i Z ima obe veze na putu koje vode iz njega
 - ni čvor Z ni bilo koji potomak čvora Z nije u skupu čvorova E , Z ima obe veze na putu koje vode u njega



Markovljev pokrivač

- Skup čvorova E blokira protok informacija (d -separates) između dva skupa čvorova X i Y , ako je svaki put od nekog čvora iz skupa X do nekog čvora iz skupa Y blokiran
- Ako je protok informacija između skupova čvorova X i Y blokiran od strane skupa čvorova E , onda su skupovi čvorova X i Y međusobno uslovno nezavisni, imajući u vidu dokaze za skup čvorova E
- Protok informacija između skupova čvorova X i Y nije blokiran od strane skupa čvorova E , ako postoji put između nekog čvora iz skupa čvorova X i nekog čvora iz skupa čvorova Y koji nije blokiran
- Markovljev pokrivač čvora čine njegovi čvorovi roditelji, čvorovi deca i čvorovi roditelji njegove dece
- Čvor je uslovno nezavisan od svih drugih čvorova u grafu, ako su poznati dokazi za čvorove koji čine njegov Markovljev pokrivač.

Zaključivanje

- Glavni zadatak Bajesove mreže je da izračuna verovatnoće čvorova, uz date dokaze za vrednosti nekih čvorova
- Cilj je da se postupak ažuriranja verovanja (belief updating) automatizuje
- Zaključivanje u grafu koji ima prostu strukturu stabla je jednostavno - prosledjivanjem poruka između čvorova.
- Par čvorova u Bajesovoj mreži može biti povezan i sa više nedirektnih puteva - ovaj metod zaključivanja se ne može primeniti
- Brzina zaključivanja zavisi od kompleksnosti mreže i za velike mreže može biti jako komplikovana - aproksimacioni algoritmi zaključivanja.

Zaključivanje

- Najjednostavnije zaključivanje je za Bajesove mreže čija struktura odgovara jednostavnom lancu čvorova
- Neka su čvorovi X i Y povezani serijski - X uzrokuje Y
- Ako postoji dokaz za roditeljski čvor X , tada je aposteriorna verovatnoća čvora Y

$$\text{Bel}(Y) = P(Y|X=x)$$

- Ako postoji dokaz o čvoru detetu, onda je zadatak zaključivanja da ažurira verovanje u X

$$\text{Bel}(X=x) = P(X=x|Y=y) = P(Y=y|X=x)P(X=x)/P(Y=y)$$

Zaključivanje

- Svaki par čvorova u grafu povezan najviše jednim putem, ažuriranje verovanja u neki čvor mora da uključi posmatranje cele mreže
- Tada se koristi algoritam razmene poruka
- Do svakog čvora grafa od njegovih čvorova roditelja i čvorova dece dolaze parametri za ažuriranje verovanja
- Kada čvor X dobije nove parametre, on ažurira svoje verovanje i šalje parametre čvorovima roditeljima deci
- Izračunavanja algoritmu su lokalna, ažuriranje verovanja i računanje parametara se obavlja u čvoru.
- Ne može se primeniti kod grafova kod kojih postoji više puteva između dva čvora
- Kod takvih grafova postoji više mogućih, kompleksnijih, algoritama za zaključivanje

Zaključivanje

- Algoritam eliminacije čvorova i spajanja više tabela verovatnoća čvorova u jednu
- Napraviti redosled eliminacije čvorova
- Čvor čija se verovatnoća računa mora biti poslednji u redosledu
- Sve vreme u toku eliminacije se čuva lista faktora, koja zavisi od tabela verovatnoća čvorova i njihovog redosleda eliminacije
- Faktor predstavlja tabelu verovatnoća čvora ili tabelu dobijenu spajanjem nekoliko faktora
- Eliminacijom svakog čvora lista faktora se menja.

Eliminacija čvorova

1. Napraviti redosled čvorova sa čvorom čija se verovatnoća računa na kraju redosleda;
2. Inicijalizovati listu faktora sa tabelama verovatnoća čvorova;
3. Izmeniti listu faktora primenom poznatih dokaza;
4. Uzeti čvor X sa početka redosleda;
 - iz liste faktora uzeti faktore koji imaju X kao argument i sumirati ih po svim vrednostima čvora X , kreirajući novi faktor;
 - novi faktor ubaciti u listu faktora;
5. Ponavljati korak 4 dokle god ima čvorova u redosledu;
6. Ukoliko je potrebno, izvršiti normalizaciju izračunate verovatnoće čvora

Odlučivanje

- Bajesove mreže se vrlo uspešno koriste i za probleme odlučivanja
- Cilj je doneti odluke tako da krajnji ishod bude što bolji
- Bajesove mreže kombinuju zaključivanje na osnovu verovatnoća sa iskorišćenjem, pomažući da se donesu odluke da krajnje ukupno iskorišćenje bude maksimalno
- Kombinuje se teorija verovatnoće i teorija iskorišćenja

Vrste čvorova

- Čvorovi verovatnoće (chance nodes) predstavljaju slučajne promenljive iz Bajesovih mreža zaključivanja
 - Svaki čvor ima dodeljenu tabelu uslovnih verovatnoća, koja za svaku moguću kombinaciju vrednosti čvorova roditelja daje verovatnoće da promenljiva uzme svaku od svojih mogućih vrednosti
 - Roditeljski čvorovi čvorova verovatnoće mogu da budu drugi čvorovi verovatnoće ili čvorovi odluke
- Čvorovi odluke (decision nodes) predstavljaju odluke koje mogu biti donete u odredjenom trenutku vremena
 - Njihove moguće vrednosti su akcije od kojih donosilac odluke mora da izabere jednu
 - Roditeljski čvorovi čvorova odluke mogu biti drugi čvorovi odluke ili čvorovi verovatnoće
- Čvorovi iskorišćenja (utility nodes) predstavljaju funkciju iskorišćenja krajnjeg ishoda
 - Njihovi roditelji su promenljive koje opisuju ishod koji direktno utiče na iskorišćenje
 - Svaki čvor iskorišćenja ima pridruženu tabelu iskorišćenja sa jednom vrednošću za svaku moguću kombinaciju vrednosti svojih roditeljskih čvorova
 - Roditeljski čvorovi čvorova iskorišćenja mogu biti čvorovi verovatnoće i čvorovi odluke
 - Kada u grafu postoji više čvorova iskorišćenja, ukupno iskorišćenje se računa kao zbir individualnih iskorišćenja
- U grafu mora postojati bar jedan usmeren put koji u sebi sadrži sve čvorove odluke mreže

Veze u grafu

- Veze prednosti (precedence links) - idu direktno od čvorova odluke do drugih čvorova odluke
 - govore o pomenutom redosledu donošenja odluka
 - koja odluka će kojoj prethoditi
- Informacione veze (eng. information links) - idu od čvorova verovatnoće do čvorova odluke
 - predstavljaju informaciju o tome koje vrednosti čvorova moraju biti poznate
 - koje odluke donete pre nego što se pristupi donošenju odluke za konkretan čvor

Svojstvo nezaboravljanja

- Svojstvo nezaboravljanja (no-forgetting) - donosilac odluke u trenutku donošenja odluke ima informaciju o svim prethodno donećenim odlukama, kao i o svim informacijama koje su bile dostupne u trenutku donošenja svake od prethodnih odluka
- Ukoliko čvor odluke D_i prethodi čvoru odluke D_j , onda je čvor D_i roditeljski čvor čvora D_j i svaki čvor roditelj čvora D_i je takode roditeljskičvor čvora D_j
- Kada u grafu postoji usmeren put koji u sebi sadrži sve čvorove odluke, nove veze se na jednoznačan način mogu dodati
- Zaključivanje o aposteriornoj verovatnoći nekog čvora u Bajesovim mrežama odluke se sprovodi na slučajan način, kao u Bajesovim mrežama zaključivanja
- Razlika je sto se prilikom tog zaključivanja ne posmatraju svi čvorovi grafa, već se iz njega eliminišu čvorovi iskorišćenja
- Iskorišćenje ne utiče na aposteriornu verovatnoću čvora

Maksimalno iskorišćenje

- Izračunavanje maksimalnog iskorišćenja i određivanje optimalnih odluka koje moraju biti donete da bi se to iskorišćenje postiglo:
- Najjednostaviji postupak je da se za svaku moguću kombinaciju odluka izračuna iskorišćenje
- Kombinacija odluka za koju se dobije maksimalno iskorišćenje predstavlja optimalne odluke
- U slučaju grafova koji sadrže čvorove odluke sa velikim brojem mogućih vrednosti - dosta kompleksno
- Drugi postupak se zasniva na korišćenju modela stabla odlučivanja.
- Ne-listovi stabla odlučivanja su ili čvorovi verovatnoće ili čvorovi odluke
- Listovi stabla odlučivanja su čvorovi iskorišćenja
- Svaki čvor odluke u stablu ima onoliko odlazećih grana koliko ima mogućih odluka
- Svaki čvor verovatnoće u stablu ima onoliko odlazećih grana koliko ima mogućih vrednosti

Maksimalno iskorišćenje

1. Izračunavanje počinje sa čvorovima koji se nalaze u listovima stable (čvorovima iskorišćenja)

- Njihovo očekivano iskorišćenje poznato je iz tabela iskorišćenja

2. Ako je čvor X čvor verovatnoće, svaka njegova odlazeća grana ima sopstvenu verovatnoću i svako dete u stablu ima pridruženo očekivano iskorišćenje (eng. expected utility):

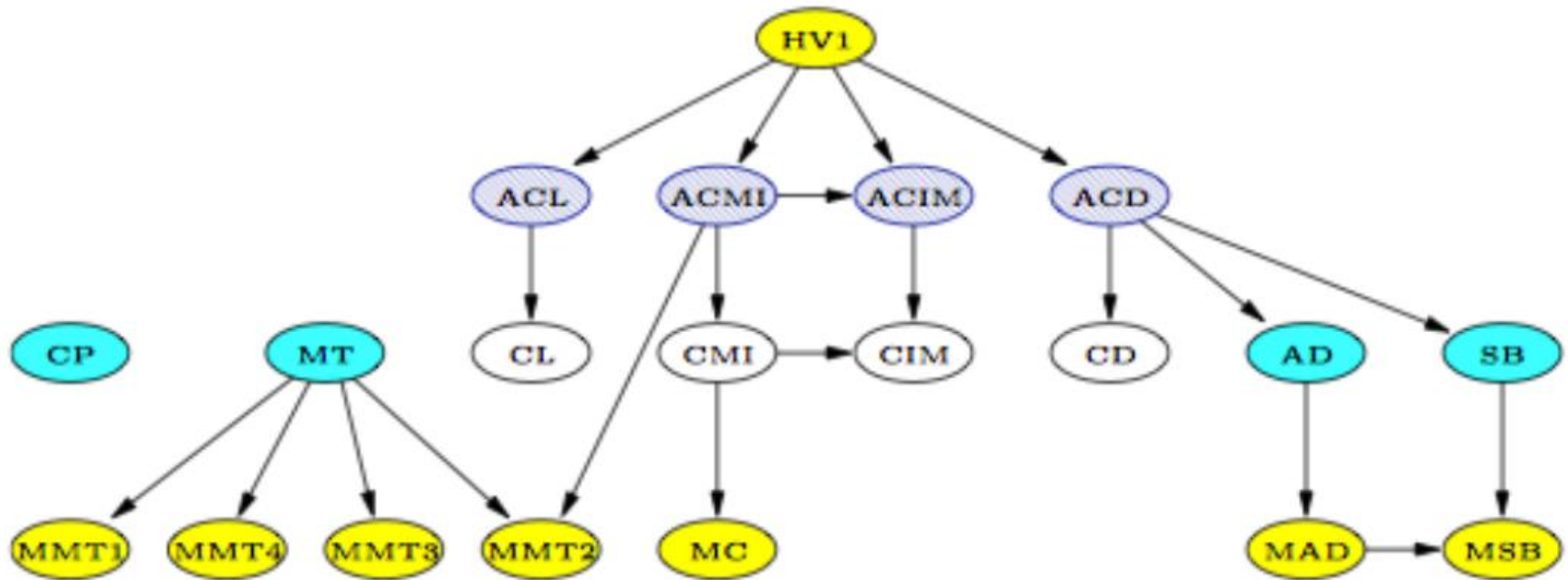
$$EU(X) = \sum_{C \in Children(X)} U(C) * P(C).$$

Ako je čvor X čvor odluke, svako njegovo dete u stablu ima pridruženo očekivano iskorišćenje - bira se gde dete ima maksimalno očekivano iskorišćenje:

$$EU(X) = \max_{C \in Children(X)} (EU(C)).$$

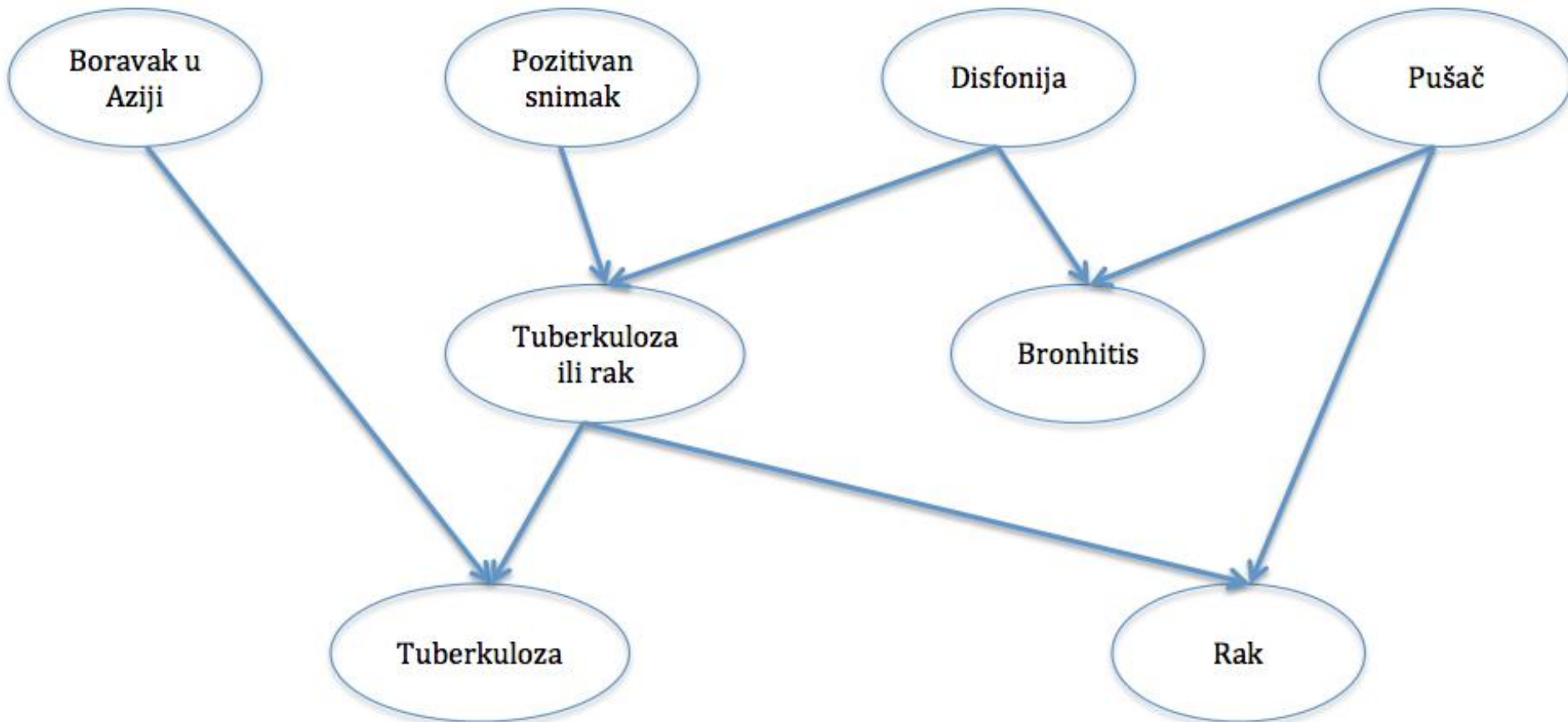
3. Korak 2 se ponavlja rekurzivno za svaki nivo u drvetu, koristeći prethodno izračunata očekivana iskorišćenja, sve dok se ne izračuna očekivano iskorišćenje za koreni čvor

Primeri – adaptivno testiranje



- *“Two applications of Bayesian networks”, Laboratory for Intelligent Systems
University of Economics, Prague, Czech Republic*

Primeri - medicina



Prednost naivnog Bajesovskog klasifikatora

- Jednostavnost
- Brzina učenja i klasifikacije
- Nije osetljiv na irelevantne odluke
- Dobro se ponaša kada postoji veći broj pojednako važnih odlika
- Veća težina pridružena određenoj odlici znači da je važnija pri odlučivanju
- Direktno se primenjuje na višeklasnu klasifikaciju
- Model se jednostavno ažurira sa novim podacima

Mane naivnog Bajesovskog klasifikatora

- U nekim slučajevima netačna pretpostavka o statističkoj nezavisnosti odlika
- Ako su dve odlike u relaciji dolazi do duplog brojanja – daje iskrivljene procene o važnosti odlika
- Vrednosti aposteriornih verovatnoća koje model daje su često znatno iskrivljene u korist najverovatnije klase

Upotreba naivnog Bajesovskog klasifikatora

- Često se koristi kao osnovni algoritam zbog jednostavnosti i brzine
- Postiže bolje performanse kada je dostupno malo podataka za obučavanje
- Primene:
 - Detekcija spama
 - Analiza sentimenta
 - Analiza autorstva
 - Medicinska dijagnostika
 - Analiza genomskih podataka